

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.
ПЕРСОНАЛИИ

УДК 512.579

ВЛАДИМИР КОНСТАНТИНОВИЧ КАРТАШОВ
(1937–2021)

В. А. Лецко¹, А. Л. Расстригин², В. Л. Усольцев³

*Волгоградский гос. социально-педагогический университет,
Волгоград, Россия*

¹val-etc@yandex.ru, ²rasal@bk.ru, ³usl2004@mail.ru

В 2021 году ушёл из жизни профессор Владимир Константинович Карташов. В статье собраны воспоминания коллег В.К. Карташова о своём старшем товарище и учителе, а также краткий обзор его научных достижений.

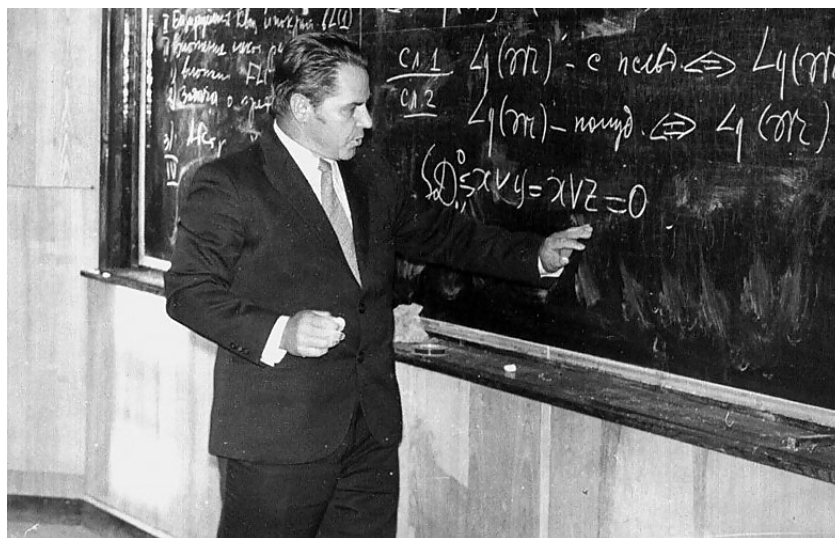
Ключевые слова: Карташов В.К., универсальная алгебра, унарная алгебра, унар, квазимногообразие, базис квазитожеств.

1. Становление

Вся сознательная жизнь Владимира Константиновича Карташова [1] неразрывно связана с алгеброй и с родным педагогическим вузом.

В.К. Карташов родился 7 июля 1937 года в Сталинградской области. В 1960 г. закончил физико-математический факультет Сталинградского педагогического института. Служил в Советской Армии в авиационных частях. После окончания аспирантуры в 1965 году начал работать ассистентом, а затем старшим преподавателем на только что созданной кафедре алгебры и геометрии. В это время кафедрой руководил Андрей Михайлович Меркулов, ученик замечательного отечественного алгебраиста Николая Григорьевича Чеботарёва.

В отличие от ряда других наук математикой вполне можно заниматься индивидуально. История науки знает немало примеров успешности такого пути. Но индивидуализм был чужд характеру Владимира Константиновича. С самого начала своей научной деятельности он стремился к общению, обмену мнениями, предположениями, идеями, причём не только с коллегами, но и с потенциальными будущими коллегами, заинтересованной молодёжью.



В. К. Карташов на Всесоюзной алгебраической конференции (Ленинград, 1981)

Приобщению студентов к алгебре служила кружковая работа, которую Карташов начал будучи молодым преподавателем и пестовал на протяжении всей своей научной и педагогической карьеры. «Зелёные» младшекурсники стартовали в науку, слушая самого Владимира Константиновича и решая предложенные задачи, а также выступая с докладами на основе изученной литературы. Поначалу это была литература вполне посильная любому заинтересованному первокурснику, например, популярная книжка Ю. А. Шрейдера «Равенство, сходство, порядок» [2]. Но довольно быстро источники становились более продвинутыми.



Л. А. Скорняков

В частности, Владимир Константинович рекомендовал студентам разбираться с книгой Л. А. Скорнякова «Элементы теории структур» [3].

Впрочем, кружковцы имели возможность познакомиться не только с этой книгой, но и с её автором: профессор МГУ им. М. В. Ломоносова, доктор физико-математических наук Лев Анатольевич Скорняков [4] любезно откликнулся на предложение Карташова, и во второй половине 70-х годов прошлого века стал частым гостем и наставником волгоградских алгебраистов.

Именно Скорняков предложил волгоградцам сосредоточить усилия на изучении унаров — алгебр с одной унарной операцией.

Это направление оказалось перспективным и на многие годы определило круг интересов многих волгоградских алгебраистов. И именно квазимногообразиям унаров посвящена диссертация В. К. Карташова, выполненная и успешно защищённая под руководством Л. А. Скорнякова и новосибирского математика Д. М. Смирнова, ученика и коллеги А. И. Мальцева.

В 1981 году Владимир Константинович Карташов на долгие годы возглавил кафедру алгебры и геометрии. За это время педагогический институт приобрел статус университета, затем стал не просто педагогическим, а социально-педагогическим. Да и сама кафедра неоднократно укрупнялась и разукрупнялась, превращаясь то в кафедру алгебры, геометрии и информатики, то снова в кафедру алгебры и геометрии, то в кафедру алгебры, геометрии и математического анализа. Однако, ядро коллектива, возглавляемого Владимиром Константиновичем, оставалось неизменным.

2. Информатизация образования

В 1985 году в Советском Союзе началась кампания по информатизации образования. С учетом того факта, что в предыдущие годы практически никаких шагов в данном направлении не предпринималось, работа предстояла огромная. В школах, средних специальных учебных заведениях и вузах вводились обязательные предметы, на которых школьникам и студентам предстояло осваивать основы информатики и вычислительной техники. Начинать всё приходилось, если не с нуля, то с очень «низкого старта».

В стране практически не было подготовленных преподавателей информатики, учебников и парка вычислительной техники для учебных заведений всех уровней. Так в Волгоградском пединституте на тот момент в наличии имелось два компьютера «Наири-К» и «Искра-226».

Научные интересы Владимира Константиновича были достаточно далеки от информатики (если не считать интереса к теории конечных автоматов, математической дисциплины, имеющей отношение к теоретической информатике). Но он понимал важность и необратимость тренда на информатизацию образования и с первых дней включился в эту работу.

Большая часть немногочисленных в то время специалистов в области информатики, работавших в Волгоградском пединституте, была переведена на кафедру алгебры и геометрии. В частности, подразделением этой кафедры стала небольшая на тот момент институтская вычислительная лаборатория. Одновременно с этим Владимир Константинович активно привлекал специалистов со стороны. Но большая часть работы по информатизации вуза досталась молодым преподавателям кафедры, которые параллельно с этим осваивали информатику, вели соответствующие дисциплины и оказывали активную помощь в повышении компьютерной грамотности преподавателям других кафедр не только своего факультета, но и всего вуза.

Не менее остро, чем проблема подготовки кадров, стояли и вопросы оснащения вуза вычислительной техникой. Владимиру Константиновичу пришлось осваивать новую для него работу снабженца. Успеху в этом направлении способствовали и новые полномочия — в 1986 году Владимир Константинович был назначен проректором по научной работе.

Поначалу приходилось довольствоваться разношёрстной техникой: программируемые микрокалькуляторы, ДВК, «Агаты». Заметим, что «добыча» вычислительной техники пришлась на сложное в экономическом и политическом плане время — конец 80-х, начало 90-х годов прошлого столетия. Зачастую сотрудникам кафедры (включая самого Владимира Константиновича) приходилось выезжать в другие города на вузовском автобусе для получения и сопровождения комплектов техники. Ночевать приходилось прямо в автобусе, охраняя дорогостоящую технику.

Значительным прорывом стало появление нескольких классов, оснащённых КУВТ «УАМАНА». Эти относительно маломощные и «медлительные» компьютеры отличались, в то же время, высокой надёжностью и служили делу информатизации на протяжении почти 20 лет.

Не только поставка вычислительной техники, но и оборудование аудиторий для её использования ложилось на плечи сотрудников и студентов. Благодаря энергии и организаторским способностям Владимира Константиновича на физико-математическом факультете появился целый «Вычислительный комплекс кафедры алгебры и геометрии». Он насчитывал 4 больших дисплейных класса. Мебель для этих классов изготовили преподаватели кафедры и студенты факультета, среди которых нашлись мастера на все руки (например, профессиональный сварщик).

Именно активной позицией Владимира Константиновича обусловлено довольно редкое явление, при котором сотрудники математической кафедры оказались главными действующими лицами в процессах информатизации. Отметим в скобках, что ещё одним центром информатизации была кафедра теории и методики обучения физике и информатике.

В названии возглавляемой В. К. Карташовым кафедры тоже нашла отражение её роль в информатизации образования: она была преобразована в кафедру алгебры, геометрии и информатики. Впрочем, по мере возрастания роли информатики и информационных технологий кафедра информатики и информатизации образования стала со временем самостоятельным подразделением. Тем не менее, традиции, заложенные Владимиром Константиновичем, живы и по сей день: преподаватели каждой из кафедр зачастую имеют учебную нагрузку на соседней, ведётся тесное научное сотрудничество, а все неформальные мероприятия коллективы дружественных кафедр всегда проводят совместно.



З. И. Борович, В. К. Карташов и А. П. Бощенко (ВГПИ, 1983)

3. Научное сотрудничество

Работа, связанная с информатизацией образования, отнимала много сил и энергии, но приоритетом В. К. Карташова всегда оставалась алгебра. Владимир Константинович отчётливо осознавал, что для развития любимой дисциплины на родной кафедре, с одной стороны, полезно найти свою нишу, в рамках которой волгоградские алгебраисты смогли бы занять заметные, а возможно и лидирующие позиции, но, с другой стороны, он прекрасно понимал, что в науке нельзя замыкаться в тесном мирке специалистов в очень узкой области, что совершенно необходимо координировать научную деятельность с трендами отечественной и мировой науки.

С этой целью Владимир Константинович регулярно приглашал в Волгоград ведущих алгебраистов из разных регионов нашей страны. Одним из первых, как уже упоминалось, был Лев Анатольевич Скорняков, заложивший основы волгоградской алгебраической научной школы.

В 1983 году в Волгоград приезжал заведующий кафедрой высшей алгебры и декан математико-механического факультета ЛГУ Зенон Иванович Борович [5]. Он выступил с докладом на алгебраическом семинаре и прочёл несколько популярных лекций для студентов. Будучи учеником Дмитрия Константиновича Фаддеева, Зенон Иванович принадлежал к питерской алгебраической школе. Его доклады и многие часы неформального общения с ним способствовали расширению научного кругозора волгоградских алгебраистов.

С середины восьмидесятых до начала девяностых годов прошлого столетия, по приглашению В. К. Карташова в наш город регулярно приезжал сотрудник института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Академии наук, доктор физико-математических наук Виктор Александро-



В. А. Артамонов и В. К. Карташов смотрят товарищеский футбольный матч в спортивном лагере ВГСПУ

вич Горбунов. В круг его научных интересов входили решётки многообразий и квазимногообразий (см., например, [6]). Эта тематика была близка Владимиру Константиновичу и его ученикам. Поэтому общение с Виктором Александровичем было полезно для их научного становления.

Огромную роль в дальнейшем развитии алгебры в Волгограде сыграл доктор физико-математических наук, профессор, а впоследствии заведующий кафедрой высшей алгебры МГУ, Вячеслав Александрович Артамонов [7]. Его плодотворное сотрудничество с Владимиром Константиновичем и ответственное, заинтересованное, доброжелательное наставничество по отношению к молодым (да и опытным) волгоградским алгебраистам трудно переоценить.

Если в начале девяностых годов Вячеслав Александрович был почти единственным связующим звеном между периферийной волгоградской научной школой и миром большой математики, то со временем, благодаря совместным усилиям Вячеслава Александровича, Владимира Константиновича и их учеников, эта связь расширилась и окрепла. Визиты В. А. Артамонова в наш вуз стали регулярными и были оформлены трудовым соглашением.

Всякий раз в программу входило участие в работе кафедрального семинара, открытая лекция (или цикл лекций) для студентов, индивидуальная работа с соискателями. Одним из результатов этой работы стала успешная защита кандидатских диссертаций Н. А. Щучкиным (впоследствии он защитил и докторскую), А. П. Бощенко, П. Б. Ждановичем, А. В. Карташовой, В. Л. Усольцевым, А. Л. Расстригиным, А. Н. Латой.



Слева направо: Н. Щучкин, Д. Митькин, М. Зайцев, А. Шмелькин, В. Карташов, В. Артамонов, А. Михалёв, И. Кожухов, В. Латышев, В. Усольцев (Волгоград, 2003)

В 1997 году вместе с Артамоновым в наш город приехал профессор МГУ им. М. В. Ломоносова, доктор физико-математических наук Александр Васильевич Михалёв — выдающийся алгебраист, в течение многих лет занимавший должности проректора МГУ по информатизации, затем заведующего кафедрой теоретической информатики.

Во время этого визита Владимир Константинович, Вячеслав Александрович и Александр Васильевич обсудили и проработали план проведения в Волгограде международного алгебраического семинара, посвящённого 75-летию со дня рождения Л. А. Скорнякова. Семинар состоялся в сентябре 1999 года. Кроме вышеупомянутых членов программного комитета огромную работу по его организации, проведению и публикации представленных материалов проделал Андрей Петрович Бощенко.

С докладами на семинаре выступили А. В. Михалёв, В. Н. Латышев, В. А. Артамонов, А. Л. Шмелькин, Д. А. Митькин, Е. Е. Ширшова, Е. И. Компанцева, М. Н. Трушина, Ю. Н. Баулина (все Москва), В. И. Копейко (Элиста), В. А. Молчанов (Саратов), Л. М. Мартынов (Омск), П. А. Крылов, С. Я. Гриншпон, В. Б. Коновалов, М. А. Приходовский (все Томск), И. И. Сахаев (Казань), И. Н. Балаба (Тула), В. К. Карташов, А. В. Карташова, П. Б. Жданович, В. В. Попов, В. Л. Усольцев, Н. А. Щучкин (все Волгоград). Международный статус обеспечивали К. Adjamagbo (Paris) и K. Glazek (Zielona Gora). Мероприятие оказалось настолько успешным, что решение сделать его традиционным не только, как говорится, «витало в воздухе», но и было озвучено, и, самое главное, успешно воплощено.



В. П. Платонов и В. К. Карташов в перерыве пленарного заседания международной алгебраической конференции (ВГСПУ, 2012)

Последующие международные семинары прошли в 2003, 2005, 2007 и 2009 гг. А в 2012 г. это мероприятие прошло в рамках традиционной ежегодной конференции «Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения» [8]. Ширилась не только география, но и тематика форумов. Кроме упомянутых выше участников первого семинара, на последующих семинарах (конференциях) выступили академики В. П. Платонов и А. Н. Паршин, а также В. Н. Чубариков, М. М. Глухов, А. В. Гришин, А. Э. Гутерман, М. В. Зайцев, А. А. Клячко, И. Б. Кожухов, В. Т. Марков, В. К. Фарукшин, А. А. Фомин, Д. С. Чистяков, А. В. Царёв, Л. Г. Архипова, А. В. Маркова (все Москва), А. П. Бощенко, А. Л. Расстригин, В. М. Кусов, В. Н. Пономарёв, С. В. Сыроватская, Г. И. Курдюков (все Волгоград), Х. Х. Усманов (Волжский), Д. А. Бредихин, В. Н. Кузнецов, В. Б. Поплавский, А. Е. Коротков, Д. С. Степаненко (все Саратов), А. В. Кравченко, А. Г. Пинус (оба Новосибирск), Н. М. Добровольский, С. А. Пихтильков (оба Тула), С. П. Мищенко, Т. В. Скорая, Ю. Ю. Фролова (все Ульяновск), И. Ш. Джаббаров (Азербайджан), З. Х. Рахмонов (Таджикистан), В. Н. Берник, А. М. Гальмак (оба Беларусь), Го Вэнбинь (КНР), В. Дудек (Польша).

В рамках проводимых форумов некоторые участники не только выступали с научными докладами, но и читали лекции, рассчитанные на студенческую аудиторию.

Традиционное время проведения — сентябрь. Как правило в Волгоградском регионе в это время стоит прекрасная погода. Это позволяло значительную часть официальных мероприятий и культурной программы (за ис-



Участники конференции «Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения» перед входом в ВГСПУ (2012 год)

ключением экскурсий по памятным местам Волгограда) проводить в Волго-Ахтубинской пойме, на территории спортивно-оздоровительного лагеря Волгоградского социально-педагогического университета.

Кроме упомянутых экскурсий, к культурной программе относились посещение университетской агробиостанции и традиционный футбольный матч между командами гостей и хозяев. Не наигравшиеся в футбол переходили на волейбол. После занятий спортом особенно приятно было искупаться в Ахтубе. Разумеется, не обходилось и без товарищеского ужина.

На протяжении многих лет профессор В.К.Карташов являлся членом программного комитета вышеупомянутой ежегодной международной конференции, а также входил в редакционную коллегию журнала «Чебышевский сборник».

4. Вклад в алгебру

Как известно, под алгеброй в широком смысле понимают науку, изучающую свойства алгебраических систем, то есть множеств с определёнными на них операциями и отношениями. Среди них выделяются классические системы, такие как группы, кольца, модули, операции в которых похожи на привычные сложение и умножение. Кроме того, выделяют ещё и универсальные алгебры, в которых реализуется самый общий подход к этим понятиям.

На заре научного пути Владимир Константинович Карташов занимался классическими алгебраическими структурами, но всё же основные его результаты приходятся на унарные алгебры, рассматриваемые в контексте универсальной алгебры.

Унарной алгеброй называется некоторое непустое множество и определённые на нём одноместные функции — *унарные операции*. Если рассматривается одна унарная операция, то алгебру называют *унаром*.

Сказать что-то «в общем» о таких универсальных алгебрах можно с помощью квазитождеств, то есть формул вида:

$$(\forall x_1 \dots x_k) (F_1 \& \dots \& F_m \Rightarrow F_{m+1}),$$

где F_i — равенства выражений или другие отношения от переменных $x_1, \dots, x_k$. К примеру, на унарной алгебре с операцией f квазитождество

$$(\forall xy) (f(x) = f(y) \Rightarrow x = y),$$

определяет инъективность операции f .

Класс всех алгебр, на которых истинны все квазитождества из некоторого множества, называется *квазимногообразием*. Определяющее множество квазитождеств при этом называется *базисом квазитождеств*.

Первоначальные этапы развития теории квазимногообразий восходят к А. И. Мальцеву [9], Г. Биркгофу и др.

Результаты кандидатской диссертации Владимира Константиновича относятся к базисам квазитождеств квазимногообразий унаров и структуре вложенности одних квазимногообразий в другие — строению решёток квазимногообразий унаров. Им были получены исчерпывающие ответы на вопросы теории квазимногообразий для универсальных алгебр с одной унарной операцией, и тем самым внесён ощутимый вклад в современную теорию квазимногообразий. Перечислим лишь некоторые из них [10, 11].

Для любого конечного унара (определяемого им квазимногообразием) было показано существование конечного базиса квазитождеств. При этом, как показал В. А. Горбунов, для унарных алгебр с двумя операциями это утверждение уже не выполняется. Для любого конечнопорождённого унара было доказано существование независимого базиса (из которого нельзя ничего «удалять» без изменений) квазитождеств и указан алгоритм его нахождения. Показано, что существует континуум квазимногообразий, не имеющих независимого базиса квазитождеств.

С базисами квазитождеств непосредственно связано строение решётки (частично упорядоченного по отношению включения множества) квазимногообразий. В. К. Карташовым было дано подробнейшее описание строения и свойств этой решётки для унаров. Было доказано, что в решётку всех квазимногообразий унаров вкладывается свободная решётка (на которой нет никаких решёточных тождеств) счётного ранга. Как следствие, решётка всех

квазимногообразий унаров также не удовлетворяет никаким нетривиальным тождествам, что свидетельствует о сложности её строения. Найдены необходимые и достаточные условия для выполнения многочисленных решёточных свойств (условия на мощность решётки, условие алгебраичности, линейная упорядоченность, дистрибутивность, наличие дополнений и др.) в её подрешётках.

При получении этих и других результатов использовались установленные В. К. Карташовым в ходе его исследований факты о строении алгебр квазимногообразий унаров. Так им описаны конечнопорождённые Q -критические (квазикритические) унары, «комбинируя» которые с помощью операции подпрямого произведения, можно получать все алгебры из рассматриваемого квазимногообразия.

По результатам проведённых исследований Владимир Константинович в 1980 г. успешно защитил диссертацию по теме «Квазимногообразие унаров». Впоследствии он не раз возвращался к этой теме [12, 15, 22].

Вслед за изучением унаров — унарных алгебр с одной операцией, Владимир Константинович больше времени стал уделять унарным алгебрам с числом $n > 1$ основных операций [13].

Необходимо отметить, что унарные алгебры также интерпретируются как абстрактные автоматы или как действие полугруппы на множестве (полигон над полугруппой). Поэтому рассмотрение большего числа операций является важным шагом.

Также внимание уделялось алгебраическим системам, родственным унарным алгебрам, и аксиоматизируемым классам унарных алгебр (многообразиям и квазимногообразиям) и близким к ним классам. В частности, Карташовым было получено частичное решение проблемы Скорнякова [14]: для данного унара определить на его носителе операции таким образом, чтобы полученная алгебра принадлежала к заданному классу и унарная операция была её эндоморфизмом. Владимир Константинович определил на унаре мальцевскую операцию, перестановочную с основной унарной. Таким образом, проблема Скорнякова была решена для алгебр с мальцевской операцией.

Многообразием называется класс всех таких алгебр, на которых истинна некоторая совокупность тождеств. Под тождествами подразумеваются формулы вида:

$$(\forall x_1 \dots x_k) F_1 = F_2,$$

где F_i — выражения от переменных $x_1, \dots, x_k$. Например, на унарной алгебре с операциями f и g тождество

$$(\forall x) f(g(x)) = g(f(x)),$$

определяет перестановочность операции f и g между собой. Унарные алгебры, в которых перестановочны любые две операции, называются *коммутативными*.

В этом направлении было доказано [16], что любое многообразие коммутативных унарных алгебр с конечным числом операций имеет конечный базис тождеств. Получены некоторые факты о решётке многообразий унарных алгебр с двумя операциями [20].

В большинстве случаев переход от $n = 1$ к $n > 1$ для числа операций унарных алгебр влечёт значительное возрастание сложности или необходимость привлекать новые подходы и методы. К отысканию этих новых подходов прикладывал свои усилия В. К. Карташов.

Так им было введено понятие независимой системы порождающих элементов для унарных алгебр [17]. С помощью таких систем элементов было показано, что в любой конечнопорождённой коммутативной унарной алгебре всякие её гомоморфизмы на себя являются также взаимно-однозначными отображениями (автоморфизмами). Данное свойство в универсальной алгебре называется *хонфовостью*.

Кроме этого, для квазимногообразий в качестве альтернативы Q -критическим алгебрам В. К. Карташовым были предложены NQ -критические («почти Q -критические») алгебры [21], играющие роль «строительных блоков» для квазимногообразия, устройство которых легче описать.

Были получены условия для свойств решётки отношений конгруэнции коммутативных унарных алгебр [19]. Доказано, что решётка всех подмножеств любого множества изоморфна решётке конгруэнций подходящей связной коммутативной унарной алгебры.

Обзор результатов и проблем по тематике унарных алгебр был изложен В. К. Карташовым в [18]. Необходимо также упомянуть о некоторых более поздних работах [23, 24], не вошедших в упомянутый обзор. Все они цитируют работы Владимира Константиновича Карташова.

Литература

- [1] Артамонов В. А., Кожухов И. Б., Чубариков В. Н., Добровольский Н. М., Добровольский Н. Н. 80-летие профессора Владимира Константиновича Карташова // Чебышевский сб. 2017. Т. 18. № 2. С. 298–304.
- [2] Шрейдер Ю. А. Равенство, сходство, порядок. М.: Наука, 1971.
- [3] Скорняков Л. А. Элементы теории структур. М.: Наука, 1970.
- [4] Михалёв А. В., Артамонов В. А. Слово о Л. А. Скорнякове — человеке, учёном и учителе (воспоминания соратников и учеников) // Чебышевский сб. 2014. Т. 15. № 2. С. 143–147.
- [5] Яковлев А. В. Зенон Иванович Борович // Вопросы теории представлений алгебр и групп. 5. Зап. научн. сем. ПОМИ. Т. 236. СПб.: ПОМИ, 1997. С. 9–12.
- [6] Горбунов В. А. Алгебраическая теория квазимногообразий. Новосибирск: Научная книга, 1999.
- [7] 70 лет Вячеславу Александровичу Артамонову // Чебышевский сб. 2016. Т. 17. № 4. С. 194–202.
- [8] Международная конференция по алгебре, 2012. на сайте <http://mif.vspu.ru/portfolio/algebra-conf>

- [9] Мальцев А. И. О некоторых пограничных вопросах алгебры и математической логики // Международный конгресс математиков (Москва, 1966). М.: Мир, 1968. С. 217–231.
- [10] Карташов В. К. Квазимногообразия унаров // Мат. заметки. 1980. Т. 27. № 1. С. 7–20.
- [11] Карташов В. К. Квазимногообразия унаров с конечным числом циклов // Алгебра и логика. 1980. Т. 19. № 2. С. 173–193.
- [12] Карташов В. К. О решётках квазимногообразий унаров // Сиб. мат. журн. 1985. Т. 26. № 3. С. 49–62.
- [13] Карташов В. К. Характеризация решётки квазимногообразий алгебр $\mathcal{A}_{1,1}$ // Алгебраические системы: Межвуз. сб. науч. работ. Волгоград: ВГПИ, 1989. С. 37–45.
- [14] Скорняков Л. А. Unars // Colloq. Math. Soc. J. Bolyai. 1982. V. 29. Universal Algebra (Esztergom 1977). P. 735–743.
- [15] Карташов В. К. О группоидах квазимногообразий унарных алгебр // Сб. тр. междунар. алгебраич. сем., посвящ. памяти Л. А. Скорнякова «Универсальная алгебра и ее приложения». Волгоград: ВГПУ, 2000. С. 100–113.
- [16] Карташов В. К. О конечной базируемости многообразий коммутативных унарных алгебр // Фундамент. и прикл. матем. 2008. Т. 14. № 6. С. 85–89.
- [17] Карташов В. К. Независимые системы порождающих и свойство Хопфа для унарных алгебр // Дискрет. матем. 2008. Т. 20. № 4. С. 79–84.
- [18] Карташов В. К. О некоторых результатах и нерешённых задачах теории унарных алгебр // Чебышевский сб. 2011. Т. 12. № 2. С. 18–26.
- [19] Карташов В. К., Карташова А. В., Пономарёв В. Н. Об условиях дистрибутивности и модулярности решёток конгруэнций коммутативных унарных алгебр // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13. № 4(2). С. 52–57.
- [20] Kartashov V. K. On algebras of the variety $\mathcal{B}_{1,1}$ // Lobachevskii J. Math. 2017. V. 38. No. 4. P. 660–663.
- [21] Kartashov V. K., Kartashova A. V. Remarks on NQ -critical commutative unary algebras // Lobachevskii J. Math. 2020. V. 41. No. 2. P. 204–206.
- [22] Карташов В. К., Карташова А. В. Характеризация дистрибутивных решёток квазимногообразий унаров // Чебышевский сб. 2021. Т. 22. № 1. С. 177–187.
- [23] Casperson D., Hyndman J., Mason J., Nation J. B., Schaap B. Existence of finite bases for quasi-equations of unary algebras with 0 // Int. J. Algebra Comput. 2015. V. 25. No. 6. P. 927–950.
- [24] Hyndman J., Nation J. B. The Lattice of Subquasivarieties of a Locally Finite Quasivariety. Cham: Springer, 2018.

Поступила 14.12.2022

VLADIMIR KONSTANTINOVICH KARTASHOV (1937–2021)

V. A. Letsko, A. L. Rasstrigin, V. L. Usoltsev

In 2021, Professor Vladimir Konstantinovich Kartashov passed away. The article contains the memoirs of V. K. Kartashov colleagues about his senior friend and teacher, as well as a brief overview of his scientific achievements.

Keywords: Kartashov V. K., universal algebra, monounary algebra, unar, quasivariety, basis of quasi-identities.