

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.
ПЕРСОНАЛИИ

УДК 37(091)

ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ Т. Ф. ОСИПОВСКОГО И ЕГО УЧЕНИКОВ
А. Ф. ПАВЛОВСКОГО И М. В. ОСТРОГРАДСКОГО ПО
ФОРМИРОВАНИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
КАК УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

И. В. Игнатушина

*Оренбургский государственный педагогический университет
Россия, 460000, г. Оренбург, пр. Гагарина, д. 1, к. 307
тел.: (83532) 332789; e-mail: streleec@yandex.ru*

Описывается деятельность видного математика XIX в., профессора Харьковского университета Т. Ф. Осиповского (1765–1832) и его учеников А. Ф. Павловского (1788–1856) и М. В. Остроградского (1801–1862) по формированию дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в России. Анализируются написанные ими учебные руководства, по которым велось преподавание указанного раздела математики в высшей школе в первой половине XIX в.

Ключевые слова: история математики и математического образования, дифференциальная геометрия, Т. Ф. Осиповский, А. Ф. Павловский, М. В. Остроградский.

Дифференциальная геометрия как наука и учебный предмет возникла в России в XVIII в. в трудах Леонарда Эйлера (1707–1783) и представителей его школы [1].

Одним из последователей Эйлера в деле просвещения стал выпускник Петербургской учительской семинарии Тимофей Федорович Осиповский (1765–1832) (см. [2–4]). Петербургская учительская семинария была открыта в 1783 г., в 1803 г. она была преобразована в Учительскую гимназию, в 1804 г. — в Педагогический, в 1816 г. — в Главный педагогический институт, в 1819 г. — в Петербургский университет [3, с. 180]. В качестве преподавателей в семинарию были приглашены академические профессора и адъюнкты, в том числе и непосредственные ученики Эйлера (например, Михаил Евсеевич Головин (1756–1790) [5, с. 348–349]). Изложение математики велось с подробными доказательствами, занятия проводились по лучшим учебным руководствам того времени, многие из которых принадлежали перу Л. Эйлера. Всё это обеспечивало ученикам не только прочные знания предмета, но и хорошую методическую подготовку.

По окончании обучения Т. Ф. Осиповский был сначала учителем физики, математики и русской словесности в Московском главном народном училище, а с 1800 по 1803 гг. — профессором математики Петербургской учительской



Т. Ф. Осиповский

гимназии. Он выделялся яркими педагогическими способностями, общей эрудицией и глубокими познаниями в области физико-математических наук — не случайно Комиссия об учреждении училищ присылала ему на рецензию издаваемые ею математические сочинения. Однако деятельность Осиповского в этот период не ограничивалась только преподаванием. Он работает над составлением и изданием собственного учебника по математике. По замыслу автора в этом учебнике должен быть представлен обширный по материалу, связанный единством и последовательностью изложения курс, по которому учащийся мог бы получить полное университетское математическое образование. Содержание многих разделов этого учебника выходило за рамки тогдашней университетской программы.

В конце 1802 г. Т. Ф. Осиповский дал согласие на назначение его профессором математики в готовящийся к открытию Харьковский университет (официально открыт в 1805 г.) и в 1803 г. переехал в Харьков. В течение первого десятилетия существования Харьковского университета он преподавал практически все математические дисциплины: геометрию, плоскую и сферическую тригонометрию, дифференциальное, интегральное и вариационное исчисления, приложения аналитических функций к высшей геометрии. Благодаря Осиповскому, Харьковский университет, наряду с Дерптским и Казанским, с самого начала занял ведущее место по уровню преподавания математических дисциплин [6, 7].

С 1813 по 1820 гг. Осиповский исполнял обязанности ректора Харьковского университета. Он инициировал создание при Харьковском университете Общества наук, целью которого было распространение научных знаний на юге России. По признанию современников, Осиповский заложил фундамент высшего математического образования и математических исследований в Харьковском университете [4, 7–10].

По трёхтомному “Курсу математики” [11] Осиповского успешно велось преподавание математики в Харьковском университете всю первую четверть XIX столетия. Во втором томе этого курса, содержащем введение в учение о кривых линиях, дано (без использования дифференциального исчисления) решение задач на отыскание радиусов кривизны конических сечений и установлены некоторые свойства эволют параболы, эллипса и циклоиды. Приложениям математического анализа к геометрии посвящена вторая часть третьего тома, но она так и не была опубликована. Некоторое представление об её содержании можно получить из отзыва о рукописи, данного Н. И. Фуссом 12 июля 1810 г. Фусс писал, что третий том курса высшей математики Осиповского “заключает в себе отвлеченные исследования, значительно превышающие даже и тот курс чистой математики, который преподается в университетах. . . Его можно обратить к тому только малому количеству учеников, которые математику во всей обширности избрали главным предметом своего учения, в особенности же для тех, кто не знает иностранного языка, ибо, сколько известно, нет еще на русском языке такого сочинения, в котором бы так пространно, как тут, рассуждалось бы о приложении теории функций к кривым линиям и поверхностям” [4, с. 50]. Таким образом, вторая часть третьего тома содержала изложение дифференциальной геометрии. Этот раздел

непрерывно входил в курс лекций, читавшихся Осиповским на втором курсе по 4 часа в неделю. Об этом свидетельствуют и вопросы экзамена по высшей геометрии:

“1. Определить положение касательных плоскостей и нормальных линий в поверхностях.

2. Как проводят касательные линии и нормальные плоскости к кривым линиям в пространстве и какие поверхности называются развертывающимися?

3. Как определить положение и величину радиусов кривизны в кривых линиях в пространстве и эволюты в них?

4. Вывести выражения для линий кривизны поверхности.

5. Как определяется величина пространств, обнимаемых поверхностями, величина сих самих поверхностей, и какие преобразования делаются для удобного нахождения сих величин?” [9, с. 170].

За время своей педагогической деятельности Т. Ф. Осиповский воспитал многих учеников, среди которых были профессор Харьковского университета (с 1819 г.) Андрей Федорович Павловский (1788–1856) и выдающийся русский математик, академик Петербургской академии наук (с 1830 г.) Михаил Васильевич Остроградский (1801–1862).



А. Ф. Павловский



М. В. Остроградский

А. Ф. Павловский с 1806 по 1809 г. учился в Харьковском университете, а затем на протяжении сорока лет преподавал там же различные математические дисциплины [9]. В 1816 г. он был произведен в адъюнкты, тремя годами позже утвержден в звании экстраординарного (а впоследствии и ординарного) профессора. В 1810 г. Осиповский передал Павловскому преподавание элементарной математики на первом курсе, а в 1815 г. — и преподавание первых разделов высшей математики: теории конечных разностей и дифференциального исчисления. После увольнения Осиповского (в 1820 г.) Павловский на протяжении многих лет вел весь курс высшей математики, в том числе и приложения дифференциального исчисления к высшей геометрии по собственным тетрадям, следуя Эйлеру, Лагранжу и Монжу. Он был прекрасным преподавателем и обладал большой математической эрудицией. Ему принадлежит заслуга в воспитании молодого Остроградского. Благодаря Осиповскому и Павловскому семнадцатилетний Остроградский в 1818 г. серьёзно заинтересовался математикой.

С 1816 по 1820 гг. М. В. Остроградский учился в Харьковском университете, а затем с 1822 по 1828 гг. слушал в Париже лекции О. Коши, П. Лапласа, Ж. Фурье. Здесь же он начал свою научную деятельность. По возвращении в Россию, помимо научных изысканий, он занялся и преподавательской деятельностью в Петербурге: был профессором офицерских классов Морского кадетского корпуса (с 1828 г.), Института корпуса инженеров путей сообщения (с 1830 г.), Главного педагогического института (с 1832 г.), Главного артиллерийского училища (с 1841 г.).

Один из студентов Главного педагогического института Н. С. Будаев¹ (1833–1902) записал лекции по геометрии, которые читал там Остроградский в 1851–1852 гг. Эти лекции были посвящены приложениям анализа к геометрии. В XX в. перед началом Великой Отечественной войны они были подготовлены к печати А. Н. Крыловым (1863–1945), но, к сожалению, в годы войны набор текста лекций и другие связанные с ним материалы пропали [12, с. 119].

Представление о лекциях Остроградского по приложениям дифференциального исчисления к геометрии, которые он читал в Главном инженерном училище, можно получить, ознакомившись с “Курсом дифференциального исчисления” (1849 г.) [13], составленным одним из его слушателей инженер-прапорщиком Виктором Ивановичем Беренсом (1814–1884). Все приложения дифференциального исчисления к геометрии собраны в отдельный раздел, который состоит из шести глав. Первые три из них (с XVII по XIX) посвящены теории кривых на плоскости, следующие две главы (XX и XXI) — теории кривых в пространстве, и, наконец, XXII глава — общей теории соприкосновения поверхностей.

В главе XVII сначала вводится понятие порядка прикосновения плоских кривых: две кривые $y = f(x)$ и $y = F(x)$ имеют в точке x' прикосновение n -го порядка, если одновременно выполняются равенства $f(x') = F(x')$, $f'(x') = F'(x')$, ..., $f^{(n)} = F^{(n)}$. Затем определяется касательная как прямая, которая в данной точке имеет с рассматриваемой кривой прикосновение первого порядка. Из этого определения выводится уравнение касательной. Далее определяются понятия нормали, подкасательной, поднормали, асимптоты кривой и выводятся соответствующие уравнения.

Глава XVIII посвящена дифференциалу дуги кривой и дифференциалу площади.

В главе XIX вводится понятие окружности кривизны как окружности, которая имеет прикосновение второго порядка с рассматриваемой кривой в её точке (x', y') . Отсюда получается уравнение окружности кривизны:

$$(x' - a)^2 + (y' - b)^2 = \rho^2,$$

¹ Будаев Николай Сергеевич — заслуженный профессор математики Петербургского университета и преподаватель (с 1863 г.) Михайловской артиллерийской академии и училища. В 1853 г. окончил с золотой медалью Главный педагогический институт и был оставлен в том же институте адъюнктом физико-математического факультета.

где

$$a = x' - \frac{\frac{dy'}{dx'} \left(1 + \left(\frac{dy'}{dx'} \right)^2 \right)}{\frac{d^2 y'}{dx'^2}}, \quad b = y' + \frac{1 + \left(\frac{dy'}{dx'} \right)^2}{\frac{d^2 y'}{dx'^2}}, \quad \rho = \pm \frac{\left(1 + \left(\frac{dy'}{dx'} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 y'}{dx'^2}},$$

если кривая задана уравнением $y = f(x)$, и

$$\begin{aligned} a &= x' - \frac{\frac{dF}{dx'} \left(\left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 + \left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \right)}{\left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dx'^2} - 2 \frac{dF}{dx'} \frac{dF}{dy'} \frac{d^2 F}{dx' dy'} + \left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dy'^2}}, \\ b &= y' - \frac{\frac{dF}{dy'} \left(\left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 + \left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \right)}{\left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dx'^2} - 2 \frac{dF}{dx'} \frac{dF}{dy'} \frac{d^2 F}{dx' dy'} + \left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dy'^2}}, \\ \rho &= \frac{\left(\left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 + \left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{dF}{dy'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dx'^2} - 2 \frac{dF}{dx'} \frac{dF}{dy'} \frac{d^2 F}{dx' dy'} + \left(\frac{dF}{dx'} \right)^2 \frac{d^2 F}{dy'^2}}, \end{aligned}$$

если кривая задана уравнением $F(x, y) = 0^2$. Точка (a, b) называется центром кривизны, а ρ — радиусом кривизны кривой в точке (x', y') .

Если выбрать две точки кривой, отстоящие друг от друга по кривой на бесконечно малую дугу ds , и провести в них касательные к кривой, то угол ω между ними называется углом смежности, а сами касательные называются смежными.

Для угла ω имеет место формула $\omega = \frac{ds}{\rho} = \frac{dx \frac{d^2 y}{dx^2}}{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2}$. Затем

доказывается, что этот угол равен дифференциалу угла α наклона к оси абсцисс касательной к кривой:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{d^2 y}{dx^2} dx \Rightarrow d\alpha = \cos^2 \alpha dx \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dx \frac{d^2 y}{dx^2}}{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} = \omega.$$

Двадцатая глава начинается с вывода дифференциала дуги пространственной кривой:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

² Здесь и ниже $\frac{dy'}{dx'}$, $\frac{dF}{dx'}$ и т. п. обозначают производные в точке (x', y') .

Затем вводится понятие порядка прикосновения пространственных кривых: две кривые $\begin{cases} y = f(x), \\ z = F(x) \end{cases}$ и $\begin{cases} y = f_1(x), \\ z = F_1(x) \end{cases}$ имеют в точке x' прикосновение n -го порядка, если одновременно выполняются равенства $f(x') = f_1(x')$, $F(x') = F_1(x')$, $f'(x') = f_1'(x')$, $F'(x') = F_1'(x')$, $\dots$, $f^{(n)}(x') = f_1^{(n)}(x')$, $F^{(n)}(x') = F_1^{(n)}(x')$.

Поскольку касательная, проведенная в точке (x', y', z') к пространственной кривой $\begin{cases} y = f(x), \\ z = F(x) \end{cases}$ есть прямая $\begin{cases} y = ax + p, \\ z = bx + q, \end{cases}$ имеющая с кривой первый порядок прикосновения, то $f(x') = ax' + p$, $f'(x') = a$, $F(x') = bx' + q$, $F'(x') = b$ откуда следует система уравнений, определяющая касательную:

$$\begin{cases} y - y' = \frac{dy'}{dx'} (x - x'), \\ z - z' = \frac{dz'}{dx'} (x - x'). \end{cases}$$

В случае, когда пространственная кривая задана системой уравнений вида: $\begin{cases} f(x, y, z) = 0, \\ F(x, y, z) = 0, \end{cases}$ её касательная, проведенная в точке (x', y', z') , определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{df}{dx'} (x - x') + \frac{df}{dy'} (y - y') + \frac{df}{dz'} (z - z') = 0, \\ \frac{dF}{dx'} (x - x') + \frac{dF}{dy'} (y - y') + \frac{dF}{dz'} (z - z') = 0. \end{cases}$$

Далее вводится понятие нормальной плоскости как плоскости, которая проходит через точку (x', y', z') пространственной кривой перпендикулярно касательной, проведенной к кривой в этой точке. Если уравнение нормальной плоскости записано в виде $Ax + By + Cz + D = 0$, а соответствующая касательная задана системой уравнений $\begin{cases} y = ax + p, \\ z = bx + q, \end{cases}$ то должны выполняться два условия: $B = aA$, $C = bA$. Отсюда, зная, что $a = \frac{dy'}{dx'}$ и $b = \frac{dz'}{dx'}$, получим $x + \frac{dy'}{dx'} y + \frac{dz'}{dx'} z + \frac{D}{A} = 0$. Используя то, что точка (x', y', z') принадлежит нормальной плоскости, имеем $x' + \frac{dy'}{dx'} y' + \frac{dz'}{dx'} z' + \frac{D}{A} = 0$. Вычитая это равенство из предыдущего, приходим к уравнению нормальной плоскости:

$$(x - x') + \frac{dy'}{dx'} (y - y') + \frac{dz'}{dx'} (z - z') = 0.$$

Затем отмечается, что касательные, проведенные к пространственной кривой в разных её точках, вообще говоря, скрещиваются, но две смежные касательные всегда расположены в одной плоскости, которую называют плоскостью кривизны³, и выводится её уравнение:

$$(dy' d^2 z' - dz d^2 y')(x - x') + (dz' d^2 x' - dx' d^2 z')(y - y') + \\ + (dx' d^2 y' - dy' d^2 x')(z - z') = 0.$$

В конце главы XX вводится определение главной нормали пространственной кривой как прямой, находящейся на пересечении нормальной плоскости и плоскости кривизны. Она задается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} dx'(x - x') + dy'(y - y') + dz'(z - z') = 0, \\ (dy' d^2 z' - dz d^2 y')(x - x') + (dz' d^2 x' - dx' d^2 z')(y - y') + \\ + (dx' d^2 y' - dy' d^2 x')(z - z') = 0. \end{cases}$$

В главе XXI устанавливается формула для определения угла смежности ε для пространственной кривой:

$$\varepsilon = \frac{1}{ds^2} \sqrt{(dy d^2 z - dz d^2 y)^2 + (dz d^2 x - dx d^2 z)^2 + (dx d^2 y - dy d^2 x)^2}.$$

По величине этого угла можно судить о кривизне пространственной кривой в заданной точке. Действительно, если в плоскости кривизны $AM'M''$ (рис. 1) провести две нормали MO и $M''O$, то они составят между собой угол $\angle MOM'' = \angle TM'T' = \varepsilon$, их точка пересечения O будет центром окружно-

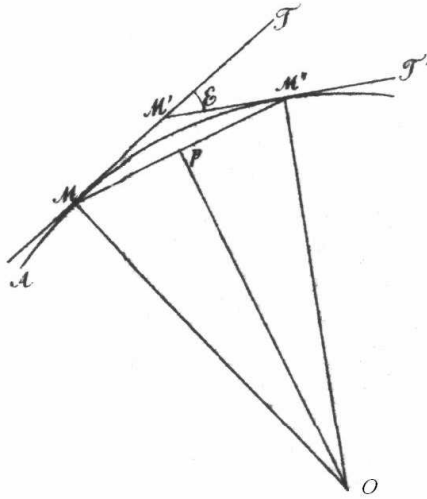


Рис. 1

сти, проходящей через точки M , M'' кривой и лежащей в плоскости кривизны $AM'M''$. Эта окружность называется окружностью кривизны, а её радиус

³ В современной терминологии — соприкасающаяся плоскость пространственной кривой.

$MO = M''O = \rho$ — радиусом кривизны пространственной кривой в точке M . Величина радиуса кривизны определяется следующей формулой:

$$\rho = \frac{ds}{\varepsilon} = \frac{ds^2}{\sqrt{(dx d^2y - dy d^2x)^2 + (dy d^2z - dz d^2y)^2 + (dz d^2x - dx d^2z)^2}}.$$

Далее выводятся формулы для определения координат (α, β, γ) центра O кривизны кривой:

$$\alpha = x' + \rho^2 \frac{d\left(\frac{dx}{ds}\right)}{ds}, \quad \beta = y' + \rho^2 \frac{d\left(\frac{dy}{ds}\right)}{ds}, \quad \gamma = z' + \rho^2 \frac{d\left(\frac{dz}{ds}\right)}{ds}.$$

Затем вводится понятие “угла соvrащения”⁴ как угла между двумя смежными плоскостями кривизны и определяется его величина:

$$\theta = \frac{dx' ds (d^2y' d^3z' - d^2z' d^3y')}{(d^2y'^2 + d^2z'^2) dx'^2 + (dy' d^2z' - dz' d^2y')^2}.$$

Отношение дифференциала дуги к углу соvrащения называют радиусом “второй кривизны”⁵.

Заключительная глава XXII посвящена общей теории соприкасания кривых поверхностей. Две кривые поверхности $z = f(x, y)$ и $z = F(x, y)$ имеют в точке (x', y', z') n -й порядок соприкасания, если в этой точке равны между собой значения функций f и F , и равны между собой значения их одноимённых частных производных до n -го порядка включительно.

Поскольку касательная плоскость имеет с кривой поверхностью касание первого порядка, то её уравнение имеет вид:

$$z - z' - \frac{dz'}{dx'}(x - x') - \frac{dz'}{dy'}(y - y') = 0.$$

Прямая, проходящая через точку касания (x', y', z') перпендикулярно касательной плоскости, называется нормалью. Из этого определения выводится система уравнений, определяющая нормаль:

$$\begin{cases} x - x' = -\frac{dz'}{dx'}(z - z'), \\ y - y' = -\frac{dz'}{dy'}(z - z'). \end{cases}$$

Таким образом, лекции Остроградского (в изложении Беренса) позволяли получить ясное представление о дифференциальной геометрии.

⁴ В современной терминологии этому понятию соответствует угол кручения пространственной кривой в заданной точке.

⁵ В современной терминологии “радиус второй кривизны” — это величина, обратная кручению кривой в заданной точке.

Подводя итог деятельности Т. Ф. Осиповского и его учеников А. Ф. Павловского и М. В. Остроградского по формированию дифференциальной геометрии как учебной дисциплины, можно заключить, что этот раздел математики, возникший в работах Л. Эйлера и Г. Монжа (1746–1818) в XVIII в., за первую половину XIX столетия прочно вошёл в программы военно-инженерных училищ и физико-математических факультетов университетов России. При этом по мере развития данной области математики (К. Ф. Гаусс (1777–1855) и др.) содержание этой учебной дисциплины постоянно расширялось, обогащаясь новыми результатами и методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юшкевич А. П. Эйлер и русская математика в XVIII в. (Из истории первой петербургской математической школы) // Труды Института истории естествознания. — М.: Изд-во АН СССР, 1949. Т. 3. С. 45–116.
2. Богомолов Н. В. Очерки о российских педагогах-математиках / Под ред. П. И. Самойленко. — М.: Высшая школа, 2006.
3. Прудников В. Е. Русские педагоги-математики XVIII–XIX в. — М.: Учпедгиз, 1956.
4. Бахмутская Э. Я. Тимофей Федорович Осиповский и его “Курс математики” // Историко-математические исследования. — М., 1952. Вып. V. С. 28–74.
5. История отечественной математики / Ред. И. З. Штокало, А. П. Юшкевич, А. Н. Боголюбов. — Киев, 1966. Т. 1.
6. Ожигова Е. П. Математика в Петербургской академии наук в конце XVIII – первой половине XIX века. — Л.: Наука, 1980.
7. Прудников В. Е. Дополнительные сведения о Т. Ф. Осиповском // Историко-математические исследования. — М., 1952. Вып. V. С. 75–83.
8. Багалея Д. И. Опыт истории Харьковского университета. — Харьков, 1906.
9. Физико-математический факультет Харьковского университета за первые 100 лет существования / Под ред. И. П. Осипова, Д. И. Багалея. — Харьков, 1908.
10. Краткий очерк истории Харьковского университета за первые 100 лет его существования (1805–1905) / Сост. проф. Д. И. Багалеем, Н. Ф. Сумезовым, В. П. Бузескупом. — Харьков, 1906.
11. Осиповский Т. Курс математики. Т. 1. Содержащий общую и частную арифметику. — СПб., 1802. Т. 2. Содержащий геометрию, прямолинейную и сферическую тригонометрию и введение в криволинейную геометрию. — СПб., 1820. Т. 3. Содержащий в себе теорию аналитических функций. — СПб., 1823.
12. История отечественной математики / Ред. И. З. Штокало, А. П. Юшкевич, А. Н. Боголюбов. — Киев, 1967. Т. 2.
13. Беренс В. И. Курс дифференциального исчисления. Составлен инженер-прапорщиком Беренсом В. И., слушающим курс наук в Офицерских классах Главного Инженерного Училища. — СПб., 1849.

Поступила 16.08.2010

**ACTIVITY OF T. F. OSIPOVSKI AND HIS PUPILS A. F. PAVLOVSKI
AND M. V. OSTROGRADSKI ON FORMATION OF DIFFERENTIAL
GEOMETRY AS SUBJECT MATTER**

I. V. Ignatushina

The activity of outstanding mathematicians of XIX century, professors of the Kharkov University T. F. Osipovsky (1765–1832) and his disciples A. F. Pavlovsky (1788–1856) and M. V. Ostrogradsky (1801–1862) in the formation of differential geometry as the subject matter in Russia is described. Their manuals for teaching in this branch of mathematics in the higher school during the first half of XIX century are analyzed.

Keywords: the history of mathematics and mathematical education, differential geometry, T. F. Osipovsky, A. F. Pavlovsky, M. V. Ostrogradsky.