ПРИМЕЧАНИЕ

В СВЯЗИ С ФРАГМЕНТОМ “ЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ КОРАБЛЕСТРОЕНИЯ” КНИГИ А. Н. КРЫЛОВА “МОИ ВОСПОМИНАНИЯ”

А. Д. Мышкис

Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ),
Россия, 127994, г. Москва, ул. Образцова, 15;
тел.: (495) 2842410; e-mail: amyshkis@mtu-net.ru

Текст А. Н. Крылова — крупнейшего специалиста в области кораблестроения, механики и прикладной математики, написанный в первой половине прошлого века, поражает своей актуальностью. Казалось бы, за прошедшее время математика и механика весьма значительно изменились, в некоторых отношениях принципиально (существенно новые области, применение компьютеров и т. д.). Но основные проблемы, связанные с обучением будущих инженеров математике — *чему учить и как учить* — остаются нерешенными. Более того, разрыв между преподаваемой математикой и математикой, применяемой инженерами, с годами только усилился.

А. Н. Крылов справедливо подчеркивает, что математика имеет два аспекта: *математика как цель* (так называемая “чистая математика”) и *математика как средство* решения задач, возникших вне нее (“прикладная математика”). Между этими аспектами нет четкой границы, они взаимодействуют и непрерывно переходят один в другой, что неизбежно для родственных областей — как, например, для физики и химии. На отсутствии этой четкой границы основано распространенное среди “чистых математиков” мнение о том, что никакой прикладной математики не существует, а есть только одна математика, которая и применяется.

Конечно, это мнение можно считать справедливым, как и ему противоположное, в зависимости от того, что включать в математику. Однако в некоторых ситуациях — в частности, при выборе того, чему и как учить будущих инженеров, вопрос о единстве математики приобретает непосредственную актуальность. (Можно ли пользоваться не вполне четкими определениями, не вполне доказанными утверждениями и т. п.?)

А. Н. Крылов указывает на главную черту “чистой математики” — она полностью опирается на логику и допускает только строго логически доказанные утверждения, вытекающие в конечном счете из четко сформулированных аксиом. Несколько утрируя, можно сказать, что “чистая математика” представляет собой своеобразную часть логики. В качестве примера А. Н. останавливается более подробно на “Началах” Евклида и коротко говорит о дальнейшем развитии математики, о её колебаниях между “чистым” и прикладным направлениями.

Но из анализа “Начал” Евклида можно сделать и более далеко идущие выводы. В некоторых отношениях логика Евклида стоит выше общепринятой сейчас в “чистой” математике. Так, Евклид не признает актуальной бесконечности — совокупности всех натуральных чисел, бесконечной прямой (под словом “прямая” он всегда понимает конечный отрезок) и т. п. Но некоторые его определения не имеют четкого однозначного истолкования, а в ряде доказательств он без всякого упоминания опирается не на аксиомы и постулаты или на уже доказанные утверждения, а на наглядные соображения, что хорошо видно из сравнения его системы аксиом с системой аксиом Гильберта. Это ярко показывает, что понятия строгости и доказательности, которые многим “чистым” математикам (да и не только им) представляются абсолютными, на самом деле таковыми не являются.

Даже поверхностный исторический анализ показывает, как постепенно менялось представление о строгости математических рассуждений. Строгость Евклида отличается от строгости средневековых математиков, та отличается от строгости основателей математического анализа, у Эйлера уже была другая строгость, затем были строгость Коши и т. д., и лишь в эпоху Вейерштрасса в математике установилась строгость, принятая сейчас в подавляющем большинстве исследований по “чистой” математике. Но и сейчас эта строгость в “чистой” математике не является единственно применяемой: она недостаточна для исследований по математической логике и связанных с ними утверждений о неразрешимости задач, формулируемых в классических терминах.

Из сказанного следует, что никогда не было, да и не может быть “абсолютных” понятий строгости и доказательности. В действительности, строгость рассуждений — это выполнение некоторого набора правил, предназначенных для того, чтобы избежать ошибочных выводов, тогда как доказательство — это убедительное объяснение причины какого-либо факта. Но понятия ошибочности и убедительности различны для различных видов деятельности и в различные эпохи. Из этих, казалось бы, абстрактных рассуждений вытекают совершенно конкретные выводы, относящиеся к преподаванию: то, что убедительно и строго для инженера, может не быть убедительным для “чистого” математика, но и наоборот — убедительное для “чистого” математика может не быть убедительным для инженера (на этом А. Н. Крылов специально останавливается в **п. 10** фрагмента). Математическое образование инженера должно быть направлено на понимание грубой сущности основных понятий и фактов, на понимание математического аппарата, используемого в курсах общетехнических и специальных дисциплин, а также применяемого и прогнозируемого в будущей деятельности инженера. Надо стремиться к тому, чтобы переход от математики, изучаемой в математических курсах, к математике, применяемой в общетехнических и специальных дисциплинах, не требовал коренной ломки приобретенных знаний и навыков.

Предпоследний абзац **п. 10** рассматриваемого фрагмента является ключевым в вопросе о том, *как* нужно излагать будущим инженерам основные математические понятия, их свойства и взаимосвязь: целью должно быть не формально-логическое совершенство, а показ сути этих понятий и умение использовать их за пределами математики.

(Кстати: представление о логическом совершенстве "вейерштрассовского" изложения курса математики является иллюзорным. Рассмотрим, например, привычное выражение "для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ и т. д". Что означают слова "существует $\delta > 0$, да еще "для всякого $\varepsilon > 0$"? Конечно, не то же, что "в этом мешке яблок существует (т. е. имеется) червивое", так как множество всех вещественных чисел является не объективной реальностью, а идеей. Не спасает дела и замена слова "существует" на "можно указать", так как каждое из слов "можно" и "указать" также не имеет точного смысла. По-видимому, мы (я в том числе) произносим эти и иные подобные слова по привычке, потому что и другие так делают. Немного изменяя знаменитый афоризм, можно сказать: "Привычка свыше нам дана, замена пониманию она". Неудивительно, что инженеры сторонятся подобных выражений, инстинктивно ощущая их низкую продуктивность.)

Чем же надо заменить ослабление формально-логической составляющей в математическом образовании инженера? На этом А. Н. Крылов останавливается в **п. 12** и **13** фрагмента: это, в первую очередь, воспитание правильной прикладной математической интуиции. Всякое прикладное математическое исследование состоит из составления и анализа математической модели изучаемого объекта, а также из истолкования полученного результата математической задачи. На всех этапах этого исследования интуиция должна подсказать, правильно ли были учтены необходимые факторы при составлении математической модели и был выбран метод решения математической задачи.

Сказанное относится не только к изложению теоретического материала, но и к упражнениям, которые сейчас порой состоят из формального решения громоздких задач нескольких, порой устаревших классов. Конечно, владение основными примерами производных, интегралов и т. п. необходимо. Но я думаю, что сейчас, когда значительная часть громоздких вычислений (численных и формульных) поручается компьютерам, для решения громоздких примеров, требующих только внимания и терпения, надо смелее привлекать справочники и компьютеры. А центр тяжести упражнений следует постепенно переносить на то, что пока еще плохо поддается алгоритмизации — составление и анализ простых математических моделей, упрощение формул, сравнение порядков величин, получение простых асимптотических выражений и т. п.

Существенную часть рассматриваемого фрагмента составляет **п. 9**, в котором А. Н. Крылов перечисляет разделы математики и механики, необходимые для корабельного инженера, с четким указанием того, для чего именно они необходимы. Я считаю весьма желательным, чтобы и для других специальностей подобные справки периодически публиковались компетентными авторами или комиссиями. На мой взгляд, очень полезной была бы реализация предложения А. Н. о том, чтобы часть материала, имеющая более специальный характер и необходимая для других дисциплин, приводилась в курсе математики без изложения соответствующей общей теории, а излагалась в виде обзора, без доказательств. Полезным является также предложение А. Н. Крылова, сделанное им в конце **п. 9**, о необходимости варьировать объем и характер изложения курса математики у различных студенческих групп с учетом характера их предстоящей инженерной деятельности. Я вспоминаю, как во время моей работы в Харьковском авиационном институте в некоторых потоках выделялись группы с усиленной математической подготовкой, в которых изучались разделы математики, необходимые для более глубокого освоения специальности. Выпускники этих групп с успехом работали в исследовательских институтах и лабораториях.

Я прошу всех преподавателей математики будущим инженерам (в том числе, и тех, кто пишет учебную литературу в этой области) продумать приведенный в нестоящем издании фрагмент книги А. Н. Крылова — выдающегося специалиста в области математики, применяемой инженерами.