

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.  
ПЕРСОНАЛИИ

УДК 531.091

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КАТАЛОГА МАРТИНА  
ШИЛЛИНГА

Г. А. Кутеева, Г. А. Синильщикова, Б. В. Трифоненко

*Математико-механический факультет СПбГУ  
Россия, 198504, г. Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский пр. 28;  
e-mail: g.kuteeva@spbu.ru, peterhof@rambler.ru*

Кратко рассказывается об истории математических моделей XIX века из каталога М. Шиллинга и предлагается их современное использование в качестве объектов для создания студентами компьютерных копий-реализаций, например, в пакетах Maple, Mathematica и других подобных.

*Ключевые слова:* Ф. Клейн, Л. Бриль, мануфактура М. Шиллинга, математические модели XIX века, кинематические модели, пакеты Mathematica и Maple.

В Санкт-Петербургском государственном университете на математико-механическом факультете сохранилась инвентарная книга кабинета практической механики, первые записи в которой относятся к 1865 году. С середины XIX века этот кабинет был вспомогательным кабинетом физико-математического факультета Императорского Санкт-Петербургского университета, предназначенным, в частности, для хранения учебных пособий в виде книг, приборов, статических и кинематических моделей по математике и механике (см. [1–3]). Кабинет регулярно пополнялся новыми моделями. Один из разделов упомянутой выше инвентарной книги — «Математические модели». Здесь даны описания серий математических моделей, которые были закуплены в 1881–1911 гг. Среди них есть серии моделей Л. Брилля из Дармштадта, которые присутствуют и в каталоге мануфактуры Мартина Шиллинга. На фотографии 1899 г. (см. рис. 1) из фотоальбома Б. Меншуткина видны шкафы с гипсовыми математическими моделями механического кабинета Санкт-Петербургского университета.



Рис. 1. Механический кабинет Санкт-Петербургского Императорского университета  
(Фотография хранится в музее истории СПбГУ)

На сегодняшний день один из наиболее информативных источников об истории геометрических моделей XIX века — статья [4] на сайте, поддерживаемом Харьковским национальным университетом имени В. Н. Каразина. Коллекция Харьковского университета насчитывает более 200 гипсовых моделей конца XIX начала XX вв. фотографии части моделей этой коллекции выставлены в проекте Харьковского университета «TouchGeometry» («Прикоснись к геометрии») [5]. Есть и другие сайты с описанием коллекций пособий XIX века по математике и механике (список таких электронных ресурсов можно посмотреть в [4]), где обычно приводится список моделей, для каждой из которых даются фотография, название, иногда небольшое описание и комментарий. Одна из самых больших коллекций — коллекция Геттингенского университета, см. [6].

Основой этой статьи послужил доклад Г. А. Кутеевой [7] на семинаре по истории математики в Санкт-Петербургском отделении Математического института РАН.

**История создания моделей каталога М. Шиллинга.** Эту историю мы излагаем, следуя статье [4].

В 1893 году в Чикаго (США) состоялась Всемирная Колумбова выставка, на которой немецкие математики представили свои геометрические модели. Эти модели создавались математиками-преподавателями и математиками-исследователями с целью обучения студентов и с целью наглядной демонстрации геометрических свойств объектов. Среди участников выставки был Феликс Клейн, представивший гипсовую модель поверхности Клебша (рис. 2, слева) — поверхности третьего порядка, на которой лежит ровно 27 действительных прямых линий. В своих лекциях во время выставки Клейн настаивал на важности создания таких моделей для развития интуиции у студентов и как инструмента борьбы с излишней абстрактностью математики. Немецкая экспозиция имела успех и способствовала появлению подобных коллекций математических моделей во многих высших учебных заведениях Европы, Америки и России.

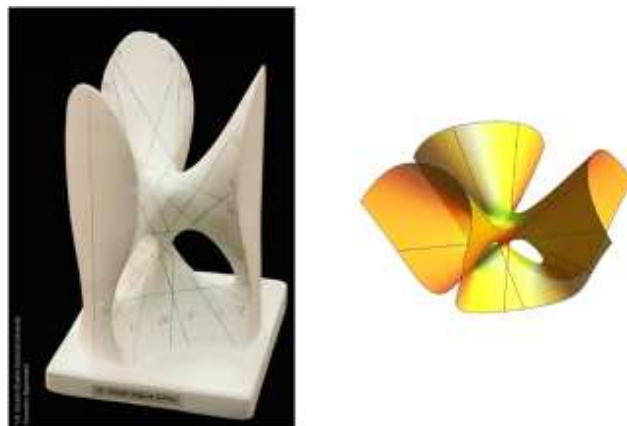


Рис. 2. Диагональная поверхность Клебша, содержащая 27 прямых линий (фото с сайта [4]): слева гипсовая модель из коллекции Харьковского университета, справа — компьютерная модель

Среди основных вдохновителей наглядной демонстрации геометрических объектов были выдающиеся немецкие математики Эдуард Куммер, Феликс Клейн и Александр фон Брилли. Именно их учениками были созданы первые гипсовые модели. Фигуры вызвали большой интерес со стороны математического сообщества, что стало причиной старта коммерческой репродукции и продажи моделей. Одной из первых мануфактур, которая начала этим заниматься, стала основанная в 1880 году в городе Дармштадте мануфактура Людвига фон Брилля, брата Александра. В 1899 году мануфактура Л. Брилля была выкуплена Мартином Шиллингом и переехала в Галле, а затем в Лейпциг. В 1911 году в «Каталоге математических моделей для преподавания высшей математики» [8] содержалось 40 серий моделей, включавших около 400 изделий.

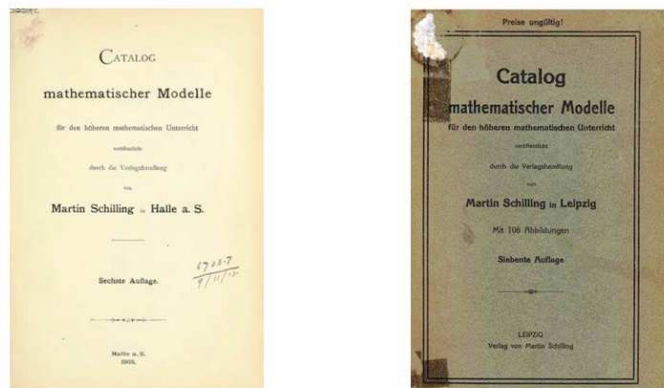


Рис. 3. Каталоги Шиллинга: титульный лист издания 1903 г. и обложка издания 1911 г.

В предисловии к своему «Каталогу» [8] М. Шиллинг пишет, что первые модели этой коллекции обязаны своим появлением активной деятельности профессоров Брилля и Клейна, которые работали в Высшей технической школе в Мюнхене и под чьим руководством учащиеся изготавливали математические модели в связи с выполнением заданий по высшей математике. «Эти модели, которые наглядно поясняли задачи, по содержанию принадлежащие различным областям математического мышления. Дальнейшие серии моделей своим производством обязаны научному сотрудничеству господ профессоров: Дика, Финстервальдера, Куммера, Роденберга, Рона, Шенфлиса, Х. А. Шварца, Хр. и Х. Винеров и других».

Массовые продажи математических моделей в Европе и Америке продолжались до начала 30-х годов. Большинство старых университетов Европы обзавелись обширными коллекциями моделей Шиллинга и других производителей. При этом модели активно использовались как в научной, так и в преподавательской деятельности ученых. Знаменитая «Наглядная геометрия» Д. Гильберта и С. Кон-Фоссена, изданная в 1932 году в Берлине, содержит в качестве иллюстраций фотографии моделей из каталога Шиллинга. Эта книга несколько раз издавалась на русском языке — см., например, [9, 10]. Её название красноречивей всего говорит о той цели, ради которой эти моде-

ли создавались. В 1932 году Мартин Шиллинг отправил в математический институт Гёттингена письмо, информирующее о прекращении выпуска моделей.

**Математические модели XIX века и современное образование.** Мы считаем, что математические модели-пособия XIX века могут быть использованы при обучении математики и в наше время. Многие студенты могут создавать такие компьютерные реализации моделей, как показанная справа на рис. 2, начиная с 3 курса. Для тех, кто знаком с пакетами Mathematica или Maple, не секрет, что готовые компьютерные реализации привлекают студентов. В хорошем исполнении компьютерная модель может быть рассмотрена с разных сторон, под разными углами, как будто держишь её в руках.

Нам удалось найти два варианта каталога Шиллинга: 1903 г. [12] и 1911 г. [8]. Есть серии кинематических моделей. Кинематические модели каталога Шиллинга есть также в Национальном музее американской истории, см. [11].



Рис. 4. Модель 2 серии 29 каталога Шиллинга из коллекции Санкт-Петербургского университета («Перициклоидное вращение свободного твердого тела»). Слева страница каталога Шиллинга с рисунком модели, справа сама модель

Некоторые кинематические модели присутствуют в коллекции Санкт-Петербургского государственного университета (см. примеры на рис. 4, 5). Студентам было дано задание: найти информацию об этих механизмах в Интернете или в других источниках, создать компьютерную копию или анимацию какой-либо модели с помощью пакетов Maple или Mathematica (на выбор), дать описание своей модели (историю создания, математическое описание, код программы построения компьютерной реализации). Некоторые студенты блестяще справляются с подобными заданиями. Так, в 2016–2017 учебном году студент 4 курса матмеха СПбГУ Тимофей Шугайло представил хорошую компьютерную реализацию одной модели из кинематической серии каталога Шиллинга, с помощью которой можно рисовать эвольвенты. На рис. 5 слева показана фотография модели из коллекции Санкт-Петербургского университета, справа — кадр демонстрации работы анимационной модели, созданной в пакете Maple студентом Т. Шугайло. Эта анимация демонстрировалась в докладе Г. А. Кутеевой [7]

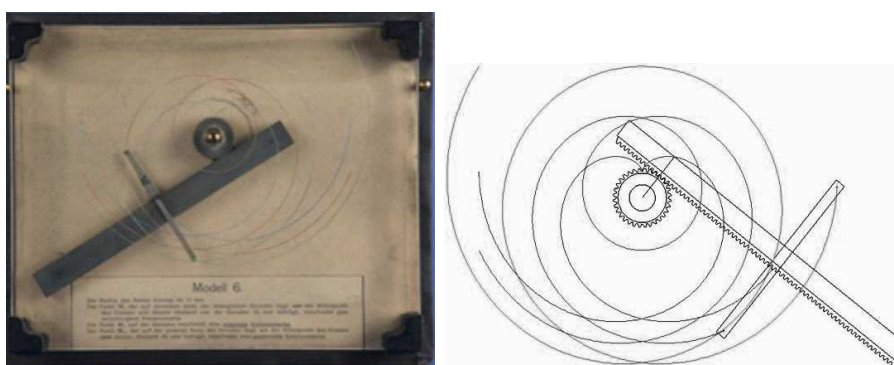


Рис. 5. Модель 6 серии 24 каталога Шиллинга: «Построение эвольвенты круга» («Erzeugung von Kreisevolventen»)

В заключение отметим, что в настоящее время возрастает интерес к учебным и научным пособиям XIX века по математике и механике. Во многих университетах США, Германии, и других стран ведётся активная работа по оцифровыванию учебников XVIII–XIX вв. и оцифровывание связанных с ними учебных пособий. В 2007 году в университете Гронингена (Нидерланды) защищена диссертация [13]. Эта работа явилась основой для создания сайта [14], в котором также рассматриваются математические модели из каталога Шиллинга. Приведем цитату из заключительной части этой диссертации: «Математический смысл многих геометрических моделей сейчас кажется забытым так же, как и их педагогическое значение. Однако их красота воодушевляет людей на сохранение этих моделей. Они могут являться интригующей темой для PhD диссертаций и вдохновлять новых студентов на долгие годы». Некоторые художники, фотографы, архитекторы, кинорежиссеры вдохновлялись математическими моделями, например, на рис. 6 приведены работы французского и американского художника и кинорежиссера Мана Рэя (Man Ray, 1890–1976).



Рис. 6. Работы Мана Рэя «Objet mathématique» (1935) (слева) и «Shakespearean Equation: King Lear» (1948) (в центре); справа фотография поверхности Куммера с 8 действительными двойными точками из коллекции Харьковского университета (по материалам сайта [4]).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кутеева Г. А.. О кабинете практической механики в Санкт-Петербургском государственном университете // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. 2013. №7 (7). С. 177–185.
2. Кутеева Г. А. Об учебно-вспомогательных кабинетах по математике и механике в Российских университетах XIX в / В кн.: Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования / Тезисы и тексты докладов Международной конференции. Москва. 2014. С. 423–424.
3. Кутеева Г. А. О коллекции механического кабинета Санкт-Петербургского университета в современном преподавании / В сб.: Современные проблемы механики и её преподавание в вузе. Труды Всероссийской научно-методической конференции. СПб: Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, 2015. С. 287–290.
4. Коллекция геометрических моделей. <http://geometry.karazin.ua/ru/geometric-models-collection.html>
5. <http://touch-geometry.karazin.ua>
6. <http://modellsammlung.uni-goettingen.de>
7. Кутеева Г. А. История и современность математических моделей из каталога Мартина Шиллинга / Семинар по истории математики Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук, 4 мая 2017 г. [http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option\\_lang=rus&presentid=17202](http://www.mathnet.ru/php/seminars.phtml?option_lang=rus&presentid=17202)
8. Martin Schilling. Catalog mathematischer Modelle for den hçheren mathematischen Unterricht. — Leipzig: Verlag von Martin Schilling, 1911. 145 s.
9. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. — М. –Л., 1951. 352 с.
10. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. — М.: Едиториал УРСС, 2016. 344 с.
11. <http://americanhistory.si.edu/collections/object-groups/kinematic-models>
12. Martin Schilling. Catalog mathematischer Modelle for den hçheren mathematischen Unterricht, Halle a. S. 1903. 130 p.
13. Polo-Blanco I. Theory and history of geometric models / University of Groningen, Netherlands, PhD thesis. 2007. 189 p.
14. <http://www.math.rug.nl/models/>

Поступила 05.09.2017

## MATHEMATICAL MODELS FROM THE CATALOGUE BY MARTIN SCHILLING

*G. A. Kuteeva, G. A. Sinilshchikova, B. V. Trifonenko*

A brief review of the mathematical models from the M.Schilling’s Catalogue of 19th century and new perspective of creation by students of computer copies of these models for example, by the application packages Maple, Mathematica etc. are given.

*Keywords:* F. Klein, L. Brill, M. Schillings manufactory, mathematical models of the 19th century, kinematic models, packages Mathematica and Maple.