НЕПРЕРЫВНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 51

ЧТО ТАКОЕ ПРОЦЕНТ?

А. В. Боровских, Н. Х. Розов

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Россия, 119991, г. Москва, Ленинские горы, МГУ, ФПО;
тел. (495) 939-32-81; e-mail: fpo.mgu@mail.ru

Обсуждается вопрос о том, что представляют собой проценты с точки зрения математики и почему в учебной литературе для средней и высшей школы они окружены "наукообразием". Предлагается новый, более простой и рациональный подход к ознакомлению учащихся с процентами.

Ключевые слова: процент, школьный курс математики, финансовая математика, статистика, промилле.

1. Изучению "процентов" в программе школьного курса математики отводится весьма заметное место и выделяется достаточно много времени для их "капитального" усвоения. К ним возвращаются несколько раз и в основной, и в старшей школе, их изложение превращено в отдельную линию школьной математики. В учебниках им отводят значительный объём и посвящают большое количество задач. Педагогические наблюдения свидетельствуют, что эта тема является очень трудной, даже проблемной для учащихся и "страшной" для поступающих в вузы. Да и в высшей школе, например, на экономических специальностях, часто обнаруживается, что, сталкиваясь с процентами, многие студенты чувствуют себя весьма неуверенно.

Обращаясь к анализу "проблемы процентов", необходимо с самого начала чётко и недвусмысленно позиционировать её как *нематематическую*. Процент не является математическим понятием, не относится к числу "открытий" математики. В математической теории и в её приложениях он не играет никакой роли, не применяется и не исследуется — математики без него вполне обходятся. В фундаментальной энциклопедии [1] этот термин отсутствует; нет его и в научных справочниках по математике [2] и др.

Изучение и использование процентов в курсе школьной математики объясняется лишь установившейся традицией и чисто прагматическими соображениями. Исторически сложилось так, что люди привыкли привлекать проценты как удобное средство для того, чтобы по возможности кратко сообщить количественную информацию о сравнении различных данных, для формального описания (но отнюдь не изучения!) относительного изменения измеряемых величин (скажем, с течением времени). Именно в таком качестве (и только в таком качестве!) проценты употребляются при общении людей, а также в технике, экономике, статистике, социологии, психологии, химии, биологии, фармакологии и др.

Однако волей авторов школьной программы и школьных методистов "процент" из скромного технического способа представления результатов сравнения величин превратился в отдельное "понятие", в большую "тему", в грозного стража математического таинства[1]. В изрядном количестве статей и пособий "про проценты" наводится такой "теоретический лоск", так подробно излагаются разнообразные "тонкости", так тщательно классифицируются "типы задач", что создается впечатление: раздел "Проценты" и в самом деле является отдельной и серьезной главой математики.

Между тем, всё это не имеет никакого отношения к математической сути дела и порождается всего лишь живучей тенденцией всячески внедрять "наукообразие" в школьную математику. Попытаемся разобраться, что же такое "процент", почему он доставляет столько мук обучающимся и какова оптимальная, на наш взгляд, методика ознакомления с процентами и их применением.

2. Если проанализировать объяснения или определения "процента" из различных учебников для средней и высшей школы, из справочников и энциклопедий для учащихся, методической литературы, то к большому удивлению сразу же обнаруживаются непривычные для математики неопределённости, неточности и разночтения.

Мы воспроизведём некоторые такие "определения понятия процент" (обойдёмся без ссылок на источники).

"*Процент — одна сотая часть*". Возникает вопрос: часть чего? Ведь "часть" бывает только "у чего-то целостного", а ни про какое "целостное" в определении не говорится. Кроме того, как согласуются между собой выражения "процент", "один процент" и "1%"? И какой точный математический смысл имеет сам по себе значок "%"?

"*Процент — сотая доля целого, принимаемого за единицу*". Читая фразу "В выборах участвовало 62,7% избирателей", школьник действительно должен представлять себе, что "целое", т. е. общее число избирателей, равно 1?

"*Одну сотую часть числа (величины) называют процентом этого числа (величины)*". Откуда берётся "это число (величина)"? Оно любое — или как-то (кем-то) выбрано? Понимает ли школьник разницу между терминами "число" и "величина" — или это просто синонимы?

"1% *от A означает сотую долю некоторого числа A, обычно именованного...*". "Сотая доля именованного числа" автоматически является числом именованным; поэтому "1%" в каждом конкретном случае имеет отдельный "именованный" смысл. Значит ли это, что существует много разных "процентов"? А как школьник должен понять, почему "p% от A" означает, что "1% от A" надо умножить на p? "*... Процентом от любой величины называется её одна сотая часть*". Могут ли школьники чётко объяснить сходство и различие между "некоторым числом" и "любой величиной"?

Ещё одна цитата (стиль оригинала сохранён): "Для обозначения *одной сотой числа* употребляется слово *процент*: $^1\!/_{100}$ — **процент**. ... При записи вместо слова *процент* используют значок %. Например, вместо слов *один процент* пишут: "1%"... 1% — это $^1\!/_{100}$ от целого. Целое составляет $^{100}\!/_{100}$". Доступно ли школьнику такое невнятное объяснение?

А вот приведенное в качестве образца решение задачи "Сколько процентов составляет 120 от 250?": "$(120/250)\cdot 100\% = 0{,}48\cdot 100\% = 48\%$". Как это согласуется

[1] Поиск в Интернет по ключевому словосочетанию "Задачи на проценты" уже в первой двадцатке ссылок дает три учебных пособия, четыре обсуждения проблемы "как решать задачи на проценты", две методические разработки, программу автоматического составления задач на проценты и пр.

с определением процента? И почему можно число 0,48 умножить на число 100, а затем приписать к произведению символ %?

3. Переходя к решению "проблемы процентов", необходимо прежде всего отметить два принципиальных момента.

1. Процент — это *не понятие*, его не надо определять. Процент — это *удобное, традиционно используемое обозначение*, его употребление и надо объяснить.

2. Математика процентов тривиальна (мы её изложим ниже), трудности в решении "задач на проценты" носят нематематический характер.

Ознакомление с математической стороной манипуляций с процентами, по нашему мнению, надо начинать с простого и формального объяснения смысла символа "%". Хорошо известно, что одно и то же число может записываться с помощью различных обозначений (и в разных ситуациях используется то из них, которое удобнее). Так, число "восемь" изображается символами: 8; VIII; 8,000; 8/1; 7,(9); $({}^1\!/_8)^{-1}$; $\log_2 256$ и т. д. При работе в 16-ричной системе счисления необходимо привлечь обозначения для дополнительных цифр (например: $A = 10$, $B = 11, \dots$, $F = 15$). Для некоторых иррациональных чисел принято использовать искусно придуманную запись: $\sqrt{17}$. За отдельными особо "выдающимися" числами закреплены специальные буквы: $\boldsymbol{\pi}$, $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{\varphi}$ (число Фибоначчи) и др.

Мы предлагаем использовать эту вполне стандартную для математики возможность и принять следующее

Обозначение. *Число* ${}^1\!/_{100} = 0{,}01$ *иногда обозначается еще и* ***значком %****, который называется "****процент****"*:

$$\% = {}^1\!/_{100} = 0{,}01.$$

Если p — действительное число, то выражение p% (читается: "пэ процентов") представляет собой произведение чисел p и %:

$$p\% = p \cdot \% = p \cdot 0{,}01 = p \cdot {}^1\!/_{100} = p/100 = p \cdot 10^{-2}. \qquad (1)$$

Слово "процент" (*ударение делается обязательно на букве "е"* — существительное мужского рода (от лат. "pro centum" — "на сотню")[2].

К введённому обозначению надо, конечно, привыкнуть, осознать, что в употреблении для числа ${}^1\!/_{100} = 0{,}01$ ещё и нового значка % нет ничего особо необычного и неожиданного. Если угодно, в записи $\% = 0{,}01$ можно видеть аналогию со столь привычной для нас записью $\pi = 3{,}14\dots$ А выражение $p\%$ вполне логично понимать как произведение двух чисел p и % с опущенным по традициям алгебры знаком умножения (точка "$\cdot$").

[2] На Западе распространена манера записывать, например, дробь 0,35 в форме ".35", опуская "ноль целых" и используя для отделения дробной части точку. При этом часто вместо "1%" употребляется обозначение ".01".

Необходимо иметь в виду, что в русском языке слово "процент" имеет и другое смысловое значение — выражает факт, что заёмщик, помимо возврата денежных средств, предоставленных ему кредитором, должен ещё дополнительно заплатить кредитору за факт использования этих средств (ср.: "Банк предоставляет кредиты под проценты").

В частности, $1\% = 1 \cdot {}^1\!/_{100} = {}^1\!/_{100} = 0{,}01$ — и мы получаем еще одну новую форму записи дроби 0,01. Так как $100\% = 100 \cdot {}^1\!/_{100} = 1$, то, значит, в виде 100% можно записывать число 1.

Очевидно, справедлив и следующий общий факт: *любое число a можно записать в виде*

$$a = 100 \cdot a \cdot {}^1\!/_{100} = (100\,a)\%\,. \tag{2}$$

Если некоторое число a представлено с помощью символа % в виде $(100\,a)\,\%$, то говорят, что это *число a выражено в процентах*.

Скептицизм в отношении трактовки символа % как числа довольно часто возникает в связи с вопросом, как с этим "числом %" проводить операции. Ответ: точно так же, как они выполняются, например, с числом π — с той лишь (весьма удобной нам) разницей, что в любой момент можно вместо "%" подставить его точное численное значение. Ничто не мешает понимать запись $a + \%$ как сложение $a + 0{,}01$, степень $(\%)^2$ как умножение %% и т. д. и проводить, скажем, такие вычисления:

$$\begin{aligned}
&42\% + \% - 28\% \cdot (0{,}5\%)^2 - 7 \cdot 13\%/61\% = \\
&\qquad = 43 \cdot \% - 28 \cdot \% \cdot 0{,}5^2 \cdot (\%)^2 - (7 \cdot 13/61) \cdot (\%/\%) = \\
&\qquad = 43 \cdot 0{,}01 - 28 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}0001 - 7 \cdot 13/61 = \ldots
\end{aligned}$$

И здесь возникает принципиальный вопрос: почему же это никогда и нигде не делается? Всё дело в том, что использование символа % в стандартных арифметических вычислениях и алгебраических преобразованиях не доставляет никакого удобства, не даёт никаких преимуществ. Поэтому ***ни в арифметике, ни в алгебре (да и во всей математической науке в целом) в символе % нет никакой необходимости, и он там никогда не встречается***.

4. Исторически появление процентов не имеет под собой никакого научно-математического основания, а связано, по-видимому, с чисто психологическими мотивами.

Людям очень часто приходится проводить сравнение двух различных положительных чисел[3]. Одно из них — то, *с которым проводится сравнение*, — мы назовём эталоном и будем обозначать его M (считая, что $M > 0$), а другое — то, *которое сравнивается,* — назовём *вариантой* и будем обозначать m (полагая, что $m > 0$)[4]. Существуют три типа сравнений:

а). *Абсолютное сравнение варианты с эталоном* определяется вопросом "*На сколько варианта отличается от эталона*?". Результат $\Delta = m - M$ такого сравнения называется *отклонением варианты от эталона*.

---

[3] Классические понятия качественного и количественного сравнения различных объектов, величин, чисел составляют содержание отдельной дисциплины, этого мы касаться здесь не будем. Кстати говоря, очень жаль, что ни школьная, ни многие вузовские программы не предусматривают знакомства с этими исключительно важными — в теоретическом и в практическом плане — вопросами.

[4] Термин "эталон" (от фр. "étalon" — "эталон") хорошо известен и означает "образец для сравнения". Менее популярен использованный нами термин "варианта" (от лат. "varians" — "изменяющийся"), который надо понимать как "величина, отличная от эталона", "изменившаяся величина". Обоснованием введения этого термина может служить то обстоятельство, что в приложениях типична ситуация, когда с одним фиксированным эталоном приходится последовательно сравнивать много разных величин.

б). *Относительное сравнение варианты с эталоном* определяется вопросом "*Во сколько раз варианта отличается от эталона?*". Результат $\lambda = m/M$ такого сравнения называется *отношением варианты к эталону*.

в). *Относительное сравнение отклонения с эталоном* определяется вопросом "*Во сколько раз отклонение варианты от эталона отличается от эталона?*". Результат $\varepsilon = (m - M)/M$ такого сравнения называется *относительным отклонением варианты от эталона*.

Ясно, что результаты обоих относительных сравнений представляют собой отвлеченные, вообще говоря, дробные числа, и эти дроби могут быть довольно громоздкими.

Психологически человек испытывает антипатию к "слишком длинным" или "слишком громоздким" числам — число 29375640173,7492804513385 ни прочитать, ни воспринять, ни тем более запомнить фактически невозможно. Так как на практике обычно важна не "идеальная точность", а "удобное приближение", то в первую очередь роль играют "величина разрядности" числа и его одна или две (реже три) первые значащие цифры — именно эти характеристики числа и выделяют. Например, указанное выше число, если оно действительно встретится, наверняка запишут в форме $29\cdot 10^9$. Или $2{,}9\cdot 10^{10}$, в крайнем случае $0{,}29 \cdot 10^{11}$. В случае именованных чисел этой же цели служат шкалы единиц измерения: так, вместо 0,00000005371902 км пишут 0,05 мм.

Допустим теперь, что мы хотим сообщить конкретную ситуацию выборов: *из 864 избирателей за Иванова проголосовали 327 человек*. Как по возможности кратко и доходчиво охарактеризовать "степень" успеха Иванова, то, как далеко он оказался от "полной победы"? Здесь речь идёт об относительном сравнении числа избирателей, отдавших свои голоса Иванову (число 327 — варианта), с общим числом избирателей (число 864 — эталон). Ясно, что "доля голосов, которую получил Иванов, составляет $^{327}\!/_{864}$ от общего числа голосов". Но уж очень громоздко и необозримо! Можно эту обыкновенную дробь сократить: $^{109}\!/_{288}$ или привлечь десятичные дроби: $^{327}\!/_{864} = 0{,}3784722\ldots$, однако и эти записи результата выборов тяжеловесны, их сложно запомнить и трудно себе представить.

Поскольку "далёкие" десятичные знаки в последней дроби никакой роли не играют, удобно ещё более упростить ответ и сказать: "Иванов набрал без малого 0,38 от числа всех голосов". Или "Иванов собрал чуть меньше $^{38}\!/_{100}$ от всех голосов". Эти две дроби допускают довольно прозрачную интерпретацию: *за Иванова проголосовало в среднем почти 38 человек из каждой сотни избирателей*. Коротко и легко запоминается!

Этот и многие другие реальные примеры показывают, что представление результата относительного сравнения в форме "*сколько-то на сотню*" оказывается чрезвычайно удобным и ярким. Поэтому понятно естественное стремление к стандартизации этой формы, заключающейся в стилизации части дроби " $/_{100}$" в виде специального символа "%". Такое обозначение позволяет сформулировать результат упомянутого выше голосования совсем кратко и удобно: "Иванов собрал почти 38% голосов". Кстати, здесь проявляется и ещё одна психологическая особенность: интуитивное нежелание людей лишний раз использовать дроби, стремление чаще работать с целыми (или по возможности — “короткими”) числами[5]. В силу этого привычка использовать проценты для сообщения результата относительного сравнения оказалась такой популярной и живучей.

Проценты традиционно применяются **исключительно** *как средство записи результата относительного сравнения положительных величин, то есть отношения или относительного отклонения таких величин* — **и больше нигде**. В этом и только в этом состоит единственное общепринятое разумное предназначение процентов. Взятый сам по себе, “процент” не позволяет ничего подсчитывать, преобразовывать, находить. Проценты являются просто одной из технических, но весьма распространённых форм *представления данных*.

И ещё одно принципиальное замечание. Если *в результате сравнения величин* установлено, что одна из них составляет 0,28 другой, то мы можем выразить этот факт словами “Одна величина составляет 28% от другой”. Однако если *в какой-либо иной ситуации* (в обиходе, в таблице данных, в арифметической задаче, при расчётах и т. д.) мы встречаем дробь 0,28, то её бессмысленно читать “28 процентов”[6]!

5. Алгоритмы “математики процентов” чрезвычайно просты, они состоят только *в преобразовании формы представления отношения*. Пусть нас интересует относительное сравнение варианты $m > 0$ с эталоном $M > 0$. Результатом этого сравнения является числовое отношение ${}^{m}\!/_{M}$. Построим специального вида пропорцию ${}^{m}\!/_{M} = {}^{p}\!/_{100}$; тогда исходное числовое отношение можно заменить равной ему дробью ${}^{p}\!/_{100}$. Если при этом число p оказывается “удобным”, есть смысл использовать проценты и записать результат сравнения в форме “$p\,\%$”. (Совершенно аналогично обстоит дело в случае, когда речь идёт об относительном сравнении отклонения с эталоном.)

Как правило, в выражении $p\,\%$ число p стараются сделать целым (то есть результат сравнения округляется до целого числа процентов), и притом желательно, чтобы оно было не более чем трехзначным. При особой необходимости, конечно, могут добавляться и десятые, и сотые доли процента, например: 135,2% или 0,08%. Однако следует помнить: чем больше десятичных знаков пишется, тем меньше смысла выражать результат сравнения “в процентной форме”, ибо её удобство как раз и заключается в использовании не слишком “длинных” чисел.

Уместно обсудить ещё один любопытный вопрос: почему выделяется именно сравнение “столько-то на сотню”, то есть пропорция ${}^{m}\!/_{M} = {}^{p}\!/_{100}$, и почему именно для числа ${}^{1}\!/_{100}$ “прижилось” специальное обозначение? Ответы на эти вопросы нет смысла искать в математике, поскольку они лежат за её пределами и состоят в использовании для каждого конкретного случая психологически наиболее удобной формы представления данных.

[5] Кстати, с этой же целью вводятся и многие профессиональные “неметрические” единицы измерения, например, “карат”.

[6] Как было указано выше, по формуле (2) любое число формально может быть “выражено в процентах”. Но использовать такое “процентное представление чисел” вне сферы сравнения величин так же противоестественно, как и попросить в магазине продать 2500 карат сметаны.

Прежде всего отметим, что люди далеко не всегда используют обязательно сравнение “столько-то на сотню”. Вспомните фразы: “из трёх бросков два оказываются удачными”, “в пальто идёт примерно один из двадцати встречных”, “каждый пятый билет — выигрышный” и т. п. Это и есть “другие” формы выражения сравнения величин. Например, фраза “восемь попаданий из каждых десяти выстрелов” означает, что результат относительного сравнения варианты (число попаданий) с эталоном (число всех выстрелов) приблизительно равен ${}^{8}\!/_{10} = 0{,}8$[7].

Однако, например, для дроби ${}^{1}\!/_{10}$ специального обозначения исторически не возникло — не сложилось. Наверно, потому, что сравнение “столько-то на десятку” не даёт возможности обеспечивать достаточную точность результата сравнения величин, используя “удобные” (“короткие”) числа. Но и дробь ${}^{1}\!/_{100}$ не является единственной, которая имеет свой персональный символ. Достаточно широко употребляется (прежде всего, в химии, биологии, фармакологии) *специальное обозначение для числа* ${}^{1}\!/_{1000}$ *— значок* “${}^{0}\!/_{00}$”. Он называется “промилле” (с ударением на “и”), а его название (от лат. “pro mille” — “на тысячу”) является несклоняемым существительным женского рода.

6. Как же именно используются проценты на практике и какие задачи в связи с этим приходится рассматривать? Отметим сразу, что приведенные выше обозначение (1) и представление (2) позволяют сделать заключение, что, собственно, *в математике “задач на проценты” как таковых вообще не существует*. Любая задача, где в той или иной форме фигурируют проценты, всегда фактически состоит из двух последовательных процедур: из переформулирования исходной задачи в арифметических терминах (т. е. замены значка % на число 0,01) и из решения обычной арифметической задачи (в которой значок % уже не участвует, а нужно оперировать только с целыми и дробными числами).

Таким образом, становится очевидным, что типов “задач на проценты” (то есть задач преобразования “процентной формы” в арифметическую) ***всего два***. Их рассмотрение связано с рассуждениями несколько формально-занудными, но неизбежными.

I. *Относительное сравнение с эталоном* $M > 0$ *варианты* $m > 0$. Результат такого сравнения ${}^{m}\!/_{M} = \lambda$, если воспользоваться представлением (2), может быть записан “в процентах”:

$$ {}^{m}\!/_{M} = p\,\%, \quad \text{где} \quad p = 100\,\lambda; \tag{3} $$

выражение $p\,\%$ называется процентным отношением (не путать с числом p)[8].

[7] Конечно, результат этого сравнения имеет “усреднённый” смысл: он вовсе не означает, что из *любых* 10 выстрелов цель *обязательно* будет поражена 8 раз.

[8] “Процент” допускает весьма естественную наглядную интерпретацию. Числа λ и $p\,\%$ являются просто двумя различными эквивалентными (тождественными) формами записи одного и того же результата “измерения” варианты m с помощью “единицы измерения” — эталона M. А каков же смысл самого числа p? Ничто не мешает нам ту же самую варианту m “измерять” с помощью другого эталона, например, ${}^{1}\!/_{100}\,M$. (Ведь можно измерять метром, а можно — сантиметром.) Так как “единица измерения” уменьшилась в 100 раз, то результат нового “измерения” увеличится в 100 раз и окажется равным $100\,\lambda = p$ (см.

Ключевая фраза задач этого типа — “*варианта* m **составляет** $p\,\%$ *от эталона* M” — математически записывается формулой (3), или

$$m = p\,\%M = (pM)/100. \tag{4}$$

II. *Относительное сравнение с эталоном* $M > 0$ *отклонения* $\Delta = m - M$ *варианты* $m > 0$ *от этого эталона*. Результат такого сравнения $\Delta/M = \varepsilon$ может быть записан “в процентах”:

$$(m - M)/M = q\,\%, \quad \text{где} \quad q = 100\,\varepsilon; \tag{5}$$

выражение $q\,\%$ называется *процентным относительным отклонением*[9] (не путать с числом q). Ключевая фраза задач этого типа — “*варианта* m **отличается** *на* $q\,\%$ *от эталона* M” математически записывается формулой (5), или

$$m = M(1 + q\%) = M\bigl(1 + (q/100)\bigr). \tag{6}$$

Формулами (4) и (6) полностью исчерпывается весь тот багаж *математических* знаний “о процентах”, который необходим согласно программе школьного курса математики. Те серьёзные проблемы, которые возникают в связи с “задачами на проценты”, вызываются не самим значком “%” и не “арифметическими аспектами” этих задач, а психологическими трудностями свободного, полного и точного понимания учащимися подчас специфических и непривычных деталей формулировок “задач на проценты”[10]. Это требует серьёзной перестройки методики изучения “процентов” в школе (см. [3])[11].

Пожалуй, единственной областью знаний, где проценты не просто привлекаются для технического описания результата сравнения, а используются в ходе содержательных исследований — *финансовая математика*. Она показывает, как удобно использовать проценты — и для характеристики актуальных для современной действительности новых фундаментальных понятий, и в серьёзных вопросах, имеющих важное жизнеобеспечивающее значение для

(3)), т. е. сотая доля эталона M в варианте m “укладывается” p раз. Следовательно, *число* p *является отношением варианты к сотой доле эталона*. Легко видеть, что если λ — отношение варианты к эталону, то *число* $\lambda\,\%$ *является отношением той же варианты к* 100-*кратно увеличенному эталону*.

[9] Неравенство $q\,\% > 0$ соответствует случаю “варианта больше эталона”, а $q\,\% < 0$ — случаю “варианта меньше эталона”. На практике обычно предпочитают использовать “проценты без знака”: при $q\,\% < 0$ принято вместо “варианта отличается от эталона на $q\,\%$” говорить “варианта меньше эталона на $|q|\,\%$”, а при $q\,\% > 0$ говорят “варианта больше эталона на $q\,\%$”.

[10] Вот типичные примеры: всякий ли ученик 6–7 класса понимает разницу между выражениями “цена упала на 32%” и “цена упала до 68%”? понимает бессмысленность вопроса “На сколько процентов различаются между собой числа 17 и 19?”? понимает смысл фразы “Уровень безработицы приближается к 15%”? понимает, что реклама “Использование нашей щёточки для ресниц на 72% увеличит выразительность Вашего взгляда” рассчитана на “лоха”?

[11] Уровень освоения школьниками “процентов” иллюстрирует старый анекдот. Пожилая учительница встречает на улице своего бывшего выпускника. “Володя, я очень рада тебя видеть. Как ты сейчас живешь?” “Всё у меня о-кэй, Марьванна. Бизнесом занимаюсь, торгую”. “Да как же это ты бизнесом-то занимаешься? Ты ведь в школе даже проценты усвоить не мог!” “А чё там усваивать? Вот покупаю коробку американских сигарет за 17 долларов, а продаю за 19. На эти два процента и живу.”

людей (экономическая статистика, начисление налогов, накопление вкладов, финансовые пирамиды и др.).

К сожалению, в этой науке всё время подчёркивается различие между записью величины "в форме дроби" и представлением её "в процентах". В этой связи целесообразно обратить внимание на то, какие неудобства вызывают "традиционные" определения "процента", путаница из-за попытки разграничить "проценты" и "дроби".

Например, в учебнике [4] читаем (стиль оригинала):

"В нашем изложении процентная ставка r, как и другие виды процентных ставок, ... имеют двоякий математический смысл: в расчётных формулах они, как правило, понимаются как сотые доли, при этом в их записи не используется символ % (конечный результат после вычислений по формуле может быть равен, например, 0,05 или 0,1 и т. д.), в то же время в тексте процентные ставки имеют уже реальный смысл процента и фактически всегда сопровождаются символом % (например, $r = 10\%$). В тех же случаях, когда могут быть отступления от этого правила, соответствующий смысл числового значения процентной ставки необходимо должен следовать из контекста". Далее приводится образец решения задачи: "... процентная ставка r в этой сделке составит $r = (10000 - 5000)/5000 = 1$, т. е. $r = 100\%$".

Оставим в стороне неясные высказывания относительно "двоякого математического смысла" и "реального смысла процента". Математика требует всячески избегать ситуаций, когда одинаковое обозначение (буква) используется в одном тексте в разном смысле (правым частям равенств $r = 1$ и $r = 100\%$, авторы приписывают "разный" смысл), а вылавливание "соответствующего смысла" из контекста существенно затрудняет понимание. Между тем, предлагаемое нами понимание символа "%" это неудобство сразу же полностью снимает: и 1, и 100% в правых частях указанных равенств означают *одно и то же число*. Если принять новую трактовку символа %, то при проведении вычислений абсолютно безразлично, как в формуле $S_1 = S(1 + r)$ записать число r: как обыкновенную дробь, как десятичную дробь или с использованием символа "%", ибо всё это — три совершенно эквивалентные формы записи одного и того же числа: например, $r = 3/20 = 0{,}15 = 15\,\%$.

Посмотрим и ещё один учебник по финансовой математике [5], где также довлеет наше традиционное представление о некоем "различии" между "дробями" и "процентами":

"Процентная ставка ... измеряется в виде десятичной или обыкновенной дроби ... или в процентах. При выполнении расчётов процентные ставки обычно измеряются в десятичных дробях. ... Наращенная сумма ... находится как $S = P(1 + ni)$. ... i — ставка наращения процентов (десятичная дробь)". И в то же время чуть дальше используется запись "$i = 20\%$".

В заключение — вопрос, на который читателю предлагается быстро ответить устно: *что больше*: число, составляющее $\pi\,\%$ от числа e, или число, составляющее $e\,\%$ от числа π?

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая энциклопедия. В 5 т. / Под ред. Ю. В. Прохорова. — М.: Изд-во "Сов. энциклопедия", 1977–1985.

2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. / Под ред. И. Г. Арамановича. — М.: Физматлит, 1973.
3. Боровских А. В., Розов Н. Х. О бедном проценте замолвите слово ... / Математика в школе. 2010. №3. С. 3–15.
4. Бочаров П. П., Касимов Ю. Ф. Финансовая математика. — М.: Физматлит, 2005.
5. Четыркин Е. М. Финансовая математика. 6-е изд., испр. — М.: Дело, 2006.

Поступило 11.03.2010

WHAT IS THE PERCENTAGE?

A. V. Borovskikh, N. Kh. Rozov

The following question is discussed: what is the percentage from the viewpoint of mathematics and why in the books for higher schools and institutes they are surrounded by the ‘sciolism’? The paper proposes a new, more simple and rational, approach to getting to know the “percentage”.

Keywords: percentage, mathematics in the school, financial mathematics, statistic.