

МАТЕМАТИКА ДЛЯ СПЕЦИАЛИСТОВ РАЗЛИЧНОГО ПРОФИЛЯ

УДК 51

**О СОДЕРЖАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ
СТУДЕНТОВ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ
НАПРАВЛЕНИЙ И СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
(некоторые предложения к ГОС ВПО третьего поколения)****А. И. Самыловский**

*Научно-методический совет по математике
Министерства образования Российской Федерации,
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, комн. 240а;
тел.: (095) 4332118; e-mail: cso@mail.rudn.rssi.ru*

Содержание цикла ЕН (Общие математические и естественно-научные дисциплины) ГОСов (Государственных образовательных стандартов) многих социально-экономических направлений и специальностей рассматривается как основа формирования математического компонента профессиональной подготовки студентов. Предлагается содержание соответствующего цикла ЕН, которое позволяет достаточно точно определить и перечислить номенклатуру и объем изучаемых сведений, фиксировать цели образования на различных его рубежных уровнях.

Ключевые слова: преподавание математики в вузе, социально-экономическое направление, государственный образовательный стандарт.

Верно определяйте слова, и Вы освободите мир
от половины недоразумений.

Рене Декарт

1. ВВЕДЕНИЕ: НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГОСов

Ознакомление с содержанием существующих циклов ЕН (общих математических и естественно-научных дисциплин) большинства действующих Государственных образовательных стандартов (ГОСов т. н. “второго поколения”) высшего профессионального образования (ВПО) по социально-экономическим направлениям и специальностям позволяет сделать очевидный вывод о невозможности организации на их основе современного образовательного процесса по формированию математического компонента профессиональной подготовки студентов [1]. Такая ситуация объясняется, помимо прочего, тем, что нынешние ГОСы составлялись вне учета современного весьма математизированного и компьютеризованного облика собственно самих социально-экономических областей деятельности, вне учета возможности и целесообразности широкого использования образовательных технологий в учебном процессе. Действительно, с одной стороны, еще в начале 90-х годов идеи, реальные возможности и практические достижения математического исследования социально-экономических явлений, объектов и процессов были

практически не известны в России, а с другой стороны, сама по себе работа по внедрению ГОСов решала многие жизненно актуальные в ту пору задачи введения разумной системности в “достаточно бессистемное” дело подготовки специалистов-“гуманитариев” в российской высшей школе. Конечно, содержание “математических” разделов нынешних “социально-экономических” ГОСов можно долго критиковать с профессиональных позиций математики, но сейчас актуальной представляется иная задача. Целесообразно попытаться выработать взгляды на облик ГОСов следующего поколения, которые давали бы возможность строить на их основе эффективные образовательные технологии, воспитывать у студентов-“гуманитариев” творческое отношение к изучению математики как к формированию необходимого им компонента профессиональной подготовки. Для этого ГОСы должны в кардинально иной, чем сейчас, степени подробности и однозначности перечислять изучаемые дидактические единицы, фиксировать образовательные цели, отражать требования общества к результатам образования. Следует отметить, что во многих существующих ГОСах ряд учебных дисциплин представлен почти в том виде, о желательности которого и идет речь: достаточная структуризация и детализация содержания, разумное выделение дидактических единиц, указание целевых задач. Такой позитивный факт, однако, подчеркивает и наличие проблем, которые предстоит разрешить. Например, очевидно, что подготовка разделов “по математике” в Учебно-методических объединениях (УМО) “по экономике” без привлечения Научно-методического совета (НМС) по математике приводит к многочисленным “предметно-математическим” несуразностям в содержании циклов ЕН, лишает соответствующие конкретные математические дисциплины какой-либо привлекательности в глазах большинства студентов социально-экономических ВУЗов.

Таким образом, налицо, по крайней мере, одно из актуальных направлений работы: создание реально действующей “кросс-структуры” формирования ГОСов “по экономике”, состоящей из УМО “по экономике” и НМС по математике.

Предлагаемый материал отражает профессиональный опыт автора по преподаванию в течение более чем 20 лет “социально-экономической” математики весьма разным молодым людям — от “почти чистых математиков” факультета управления и прикладной математики Московского физико-технического института до “почти чистых гуманитариев” социологического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Российской экономической академии и Государственного университета — Высшей школы экономики, от почти совершенно немотивированных на получение каких-либо профессиональных знаний “студентов” российских негосударственных “ВУЗов” до абсолютно точно знающих свои “сугубо утилитарные” профессионально-образовательные цели студентов британских университетов. Опыт же работы с “хозяйствующими субъектами” экономики и бизнеса дает основание предположить разумность предлагаемых целевых практических установок по формированию математического компонента профессиональной подготовки студентов в серьезном ВУЗе социально-экономического профиля.

2. О МАТЕМАТИЧЕСКОМ РАЗДЕЛЕ ГОС ВПО ТРЕТЬЕГО ПОКОЛЕНИЯ ПО СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМ НАПРАВЛЕНИЯМ

Ниже предлагается содержание математического раздела ГОСов для ряда социально-экономических направлений и специальностей, на базе которого возможно осмысленное и эффективное построение соответствующей образовательной системы формирования математического компонента профессиональной подготовки студентов (направления: 520900 — Политология, 521000 — Психология, 521200 — Социология, 521500 — Менеджмент, 521600 — Экономика; специальности: 020200 — Политология, 020300 — Социология, 020400 — Психология, 060100 — Экономическая теория, 060200 — Экономика и социология труда, 060400 — Финансы и кредит, 060600 — Мировая экономика, 060700 — Национальная экономика, 060800 — Экономика и управление на предприятии, 061000 — Государственное и муниципальное управление, 061100 — Менеджмент организации, 061500 — Маркетинг, 062100 — Управление персоналом, 062200 — Логистика, 351400 — Прикладная информатика (в экономике)).

Настоящая “программа по математике” рассчитана на объем до 800 часов трудоемкости (на объем до 23 зачетных единиц — кредитов ECTS), из которых не менее половины должно быть отведено для аудиторных занятий со студентами. Программа предназначена для подготовки бакалавров и специалистов.

В программе предусмотрены разделы, специально ориентированные на формирование понимания как студентами, изучающими математику, так и выпускающими социально-экономическими кафедрами, роли математики в постановке и в решении задач социально-экономического содержания (разделы возможной тематики дисциплин по выбору и приложения). Материал данных разделов может использоваться при формировании прикладной тематики научно-исследовательской работы студентов, для расширения тематики дисциплин по выбору и факультативных математических дисциплин социально-экономической направленности. Тем же целям служит и последний раздел списка литературы. В него включены не поверхностные издания типа “математики для экономистов”, а современные профессиональные издания, в которых в весьма значительном объеме математический инструментарий применяется при решении предметных социально-экономических задач. Включение в список литературы ряда зарубежных изданий последних лет призвано иллюстрировать уже давно сложившуюся на Западе практику преподавания “социально-экономической” математики без особых математических упрощений, с одной стороны, и в неразрывной связи с социально-экономическими моделями, с другой. Можно сказать, что западная практика здесь в большей степени соответствует названию “математика экономики”, чем названию “математика для экономистов”. Проводя аналогию с дифференциальным и интегральным исчислением как “математикой физики” и оглядываясь на пройденный им путь, хотелось бы с оптимизмом смотреть на будущее развитие “математики экономики” именно как Математики, а не как просто упрощенных и “урезанных” элементов математического анали-

за, линейной алгебры, дифференциальных уравнений и теории вероятностей. Внимательный читатель без особого труда обнаружит в различных разделах списков литературы здесь и в [2] весьма обнадеживающие “цепочки” изданий, в которых происходит последовательное продвижение к рассмотрению всё более и более глубоких явлений социально-экономической природы и соответствующих им математических моделей и методов. Математика является не только средством решения прикладных задач, но и общепринятым универсальным языком науки, базисным элементом общей и профессиональной культуры современного гуманитария-экономиста. Изучение математических дисциплин должно приводить в результате к формированию у студента — будущего специалиста-аналитика целостного представления о месте и роли математики в современном мире, о её внутренней структуре, о взаимосвязях её разделов, моделей и методов, о её возможностях при решении конкретных задач [3].

Математические дисциплины должны содержать лекции, семинарские занятия в аудитории, занятия в компьютерном классе. При аудиторной работе студенты должны систематически выполнять тесты и контрольные работы как формы текущего и рубежного контроля усвоения изучаемого материала. Важную роль следует отводить самостоятельной контролируемой работе студентов. Возможными формами самостоятельной работы студентов являются домашние задания, рефераты, эссе, курсовые работы. Специально подчеркнем, что под тестом понимается определенным образом стандартизированная письменная контрольная работа, т. е. синтез форматов “free response” и “multiple choice”, а не только выбор единственного ответа из списка предложенных.

При реализации учебного процесса следует специально предусматривать в программах время для повторения и закрепления пройденного материала, не перегружая основные программы излишним разнообразием проблематики. Широкий спектр дополнительной проблематики целесообразно выносить в дисциплины по выбору и в факультативы. Весьма желательно систематическое проведение регулярных текущих консультаций преподавателей для студентов.

Важное установочное значение имеет предлагаемый список (фактически, четыре смысловых списка — здесь и в [2]) литературы, определяющий, во многом, уровень (глубину, широту, практическую направленность) изучения материала. Специалисты понимают, что именно рекомендуемая к использованию литература часто определяет то, что невозможно выразить в предметном содержании программы учебной дисциплины языком научных терминов. Фактически предлагаются возможные различные по глубине уровни изучения. Для практической организации учебного процесса наибольший интерес представляют основная математическая литература и литература прикладного “социально-математического” содержания. Данные разделы формировались особенно тщательно, т. к. именно они определяют математическое содержание и прикладную социально-экономическую направленность профессиональной подготовки студентов в их единстве, необходимом для профессионального успеха будущих специалистов-аналитиков. Полагаю, что мно-

гие читатели смогут внести свои многочисленные дополнения во второй и в третий разделы списка литературы [2]. Однако, предлагаемые в настоящей статье два раздела претендуют на “субоптимальность” по векторному критерию, учитывающему научно-методический уровень включенных в них книг, математическую аккуратность изложения, системную продуманность организации содержания книг, ориентированный на заинтересованных читателей-“нематематиков” жанр подачи материала, современность математической и прикладной социально-экономической проблематики.

3. ПРЕДЛАГАЕМОЕ СОДЕРЖАНИЕ ОБЩЕМАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ТИПОВОГО ЦИКЛА ЕН ГОСа

1. Основы дифференциального и интегрального исчисления (до 100 аудиторных часов, 5,5 кредитов ECTS)

1.1. Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств. Отображения множеств, понятия образа и прообраза. Множество вещественных чисел. Функция. Сложные и обратные функции. График функции.

1.2. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Арифметические свойства пределов. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.

1.3. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наименьшего и наибольшего значений, промежуточные значения.

1.4. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, производная функции, линеаризация. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Правила дифференцирования. Точки экстремума функции, теорема Ферма о необходимом условии экстремума. Теоремы и формулы Ролля, Лагранжа, Коши о промежуточных значениях. Правило Лопиталя. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора, применение для приближенных вычислений.

1.5. Исследование функций и построение их графиков. Условия монотонности. Достаточные условия экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты. Кривые, заданные параметрически. Длина кривой. Фрактал, фрактальная линия и её размерность.

1.6. Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования. Определенный интеграл Римана, интегральная сумма. Теоремы о среднем значении определенного интеграла. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона – Лейбница. Несобственные интегралы.

Кратные интегралы, повторные интегралы. Замена переменных в кратных интегралах, матрица Якоби и якобиан.

1.7. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Производная по направлению, градиент. Частные производные высших порядков. Однородные функции. Функциональные определители. Неявные функции. Обратные функции. Экстремумы, необходимое условие, достаточное условие. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа.

1.8. Ряды. Числовые ряды, сходимость и сумма ряда, действия с рядами. Функциональные ряды, их интегрирование и дифференцирование. Степенные ряды, радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды, ряды Тейлора и Маклорена.

1.9. Численные методы в решении задач дифференциального и интегрального исчисления.

2. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии (до 60 аудиторных часов, 3,5 кредитов ECTS)

2.1. Декартовы координаты. Векторы. Базис. Операции над векторами. Скалярное произведение. Длина вектора, угол между двумя векторами. Ортогональность, коллинеарность, компланарность. Векторное произведение. Смешанное произведение. Определители второго и третьего порядков. Определители n -го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителей разложением по столбцу или по строке.

2.2. Прямая и плоскость, гиперплоскость. Прямая на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Поверхности второго порядка.

2.3. Матрицы и действия с ними. Симметричная, диагональная, единичная матрицы. Ортогональная матрица. Обратная матрица. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера – Капелли о совместности системы. Методы решения системы линейных алгебраических уравнений.

2.4. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

2.5. Комплексные числа и многочлены. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел. Многочлены, разложение многочленов на множители, деление многочленов, теорема Безу о виде остатка.

2.6. Линейные операторы и их матрицы. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Ранг матрицы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора, его корни. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейные, билинейные, квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Нормы векторов и матриц.

2.7. Неотрицательные матрицы, положительные матрицы. Разложимые и неразложимые матрицы. Теорема Перрона – Фробениуса о наибольшем действительном положительном собственном значении. Круги Гершгорина и собственные значения матрицы. Граф матрицы. Стохастические матрицы. Обратно-симметричные матрицы, сильно-транзитивные матрицы. Методы определения разложимости и неразложимости матрицы. Алгебраические и итеративные методы нахождения собственного вектора, соответствующего наибольшему положительному собственному значению. Некоторые матрицы специального вида.

2.8. Численные методы в решении задач линейной алгебры.

3. Элементы дискретной математики (до 30 аудиторных часов, 2 кредита ECTS)

3.1. Элементы математической логики, теории множеств и общей алгебры. Дискретные объекты и структуры в математике. Метод математической индукции. Бинарные и n -арные отношения. Необходимые и достаточные условия. Логические (булевы) переменные. Алгебра логики, функции алгебры логики (булева алгебра, булевы функции). Множества, отображения, мощности. Алгебра множеств. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Минимизация булевых функций. Функциональная полнота систем булевых функций. Понятие группы. Абелева группа. Подгруппы. Циклическая группа. Изоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы. Кольца, тела и поля.

3.2. Элементы комбинаторики. История развития, генезис понятий, классические задачи. Бином Ньютона. Перестановки, сочетания, размещения. Перечисление комбинаторных объектов и производящие функции. Рекуррентные соотношения. Разбиения и размещения. Логические методы комбинаторного анализа. Основные комбинаторные тождества для чисел сочетаний. Полиномиальные коэффициенты и основные комбинаторные тождества для них.

3.3. Элементы теории графов. История развития, генезис понятий, классические задачи. Определение графа. Неориентированные и ориентированные графы. Отношения смежности и инцидентности. Матричные представления графов. Пути и циклы. Связность, компоненты связности. Поиск в графе, поиск “в глубину”, поиск “в ширину”. Деревья. Кратчайшие пути. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Сети и потоки в сетях. Методология “ветвей и границ”.

3.4. Некоторые численные методы и алгоритмы в решении задач дискретной математики.

4. Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений (до 40 аудиторных часов, 2,5 кредитов ECTS)

4.1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Обыкновенное дифференциальное уравнения (ОДУ). Интегрирование в квадратурах.

Фазовое пространство. Изоклины. Интегральная кривая. Задача Коши для ОДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. ОДУ высших порядков. Понижение порядка. Краевая задача. Однородное и неоднородное ОДУ, принцип суперпозиции решений. Фундаментальная система решений, определитель Вронского. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. Системы ОДУ.

4.2. Устойчивость решений ОДУ. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных значений и параметров. Устойчивость и асимптотическая устойчивость в смысле Ляпунова. Понятие о функции Ляпунова. Типы точек покоя. Исследование на устойчивость по первому приближению с помощью матрицы Якоби.

4.3. Разностные уравнения. Примеры разностных уравнений. Построение фундаментальной системы решений по корням характеристического уравнения. Общее и частное решения. Устойчивость положения равновесия.

4.4. Некоторые численные методы решения дифференциальных и разностных уравнений.

5. Вероятность с элементами математической статистики и анализа данных (до 100 аудиторных часов, 5,5 кредитов ECTS)

5.1. Множество элементарных исходов опыта, событие, теоретико-множественные операции над событиями. Схема опыта с равновероятными исходами. Интуитивное определение вероятности события. Математическое определение вероятности. Алгебра событий. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Вероятностное пространство как парадигма вероятностного мышления и как корректная математическая модель случайного явления. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса как теорема гипотез.

5.2. Случайная величина как математическая модель вероятностного явления. Функция распределения и функция плотности распределения вероятностей случайной величины, их свойства. Случайный вектор, зависимые и независимые случайные величины, условные законы распределения. Функции от случайных величин. Примеры стандартных случайных величин: Бернулли, биномиальная, Пуассона, показательная (экспоненциальная), равномерная, Гаусса (нормальная). Предельные теоремы о связи биномиальной случайной величины с пуассоновской (теорема Пуассона), с гауссовской (локальная и интегральная теоремы Муавра–Лапласа). Правило “три сигма”, таблицы нормального распределения.

5.3. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия, их свойства. Понятие интеграла Стильтьеса. Неравенство Чебышева. Квантили распределения случайной величины. Таблицы квантилей стандартных случайных величин. Понятия неопределенности, энтропии,

количества информации. Условное математическое ожидание. Дисперсионная (ковариационная) и корреляционная матрицы случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции двух случайных величин, свойства некоррелированности и независимости. Многомерное нормальное распределение. Линейное преобразование нормального случайного вектора. Декоррелирующее преобразование, вырожденность и снижение размерности, эллипсоиды рассеивания. Элементы аппарата производящих и характеристических функций в теории вероятностей.

5.4. Предельные теоремы в теории вероятностей. Закон больших чисел, теоремы Хинчина и Чебышева, теорема Бернулли. Понятие о законе “нуля и единицы” Колмогорова, о леммах Бореля – Кантелли, об усиленном законе больших чисел. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин, интегральная теорема Муавра – Лапласа как её следствие. Понятие о теореме Ляпунова для неодинаково распределенных случайных величин. Оценивание скорости сходимости частоты к вероятности в схеме независимых испытаний Бернулли, сравнение результатов использования неравенства Чебышева и интегральной теоремы Муавра – Лапласа.

5.5. Дискретная марковская цепь (ДМЦ) с конечным числом состояний. Переходные вероятности, матрица переходных вероятностей. Однородность ДМЦ. Классификация состояний ДМЦ. Разложимость и неразложимость ДМЦ. Асимптотическое поведение ДМЦ, эргодичность, предельное распределение вероятностей состояний. Элементы аппарата производящих функций в исследовании ДМЦ. Понятия ДМЦ с бесконечным числом состояний, марковской цепи с непрерывным аргументом, диффузионного марковского процесса. Элементы общей теории случайных процессов, свойства стационарности и эргодичности. Элементы теории процессов массового обслуживания.

5.6. Теоретико-вероятностные основания математической статистики. Статистическая гипотеза и этапы её проверки. Генеральная совокупность, выборка, статистика. Эмпирическая функция распределения, гистограмма. Выборочные среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Статистический критерий, уровень значимости, критическая область гипотезы. Проверяемая гипотеза и альтернативная гипотеза. Оценивание параметров в вероятностных моделях. Точечное и интервальное оценивание. Понятия о методе наибольшего правдоподобия и о методе наименьших квадратов. Свойства и сравнительный анализ оценок параметров, получаемых различными методами. Понятия о случайных величинах (статистиках) хи-квадрат, Стюдента и Фишера. Использование таблиц квантилей данных случайных величин в задачах математической статистики.

5.7. Элементы математического анализа данных. Критерии согласия, критерии однородности, критерии независимости, критерии значимости, знаковый анализ, ранговый анализ в задачах анализа данных. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, коэффициент конкордации. “Малые” и “большие” выборки. Элементы теории статистических решений в ана-

лизе данных. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода, мощность статистического критерия. Смысл леммы Неймана – Пирсона о построении наиболее мощного решающего правила. Исследование взаимосвязей и зависимостей в анализе данных. Элементы дисперсионного, корреляционного, регрессионного анализов. Элементы теории планирования активного эксперимента. Элементы многомерного статистического анализа. Теоретико-игровой подход к задачам анализа данных, понятие об “игре с природой”. Понятия о проблематиках экспертного оценивания, шкалирования, контент-анализа, полезности, риска и рационального поведения. Элементы вероятностно-статистического моделирования и численный анализ стохастических моделей, метод Монте-Карло.

6. Оптимизация и основы теории принятия решений (до 70 аудиторных часов, 4 кредита ECTS)

6.1. Однокритериальная оптимизация, теория математического программирования. Типы экстремумов: внутренний и граничный, единственный и неединственный, глобальный и локальный. Экстремумы гладких и негладких функций. Необходимые условия и достаточные условия для локальных экстремумов гладких функций. Матрица Гессе. Достаточное условие локального экстремума в угловой точке. Математический аппарат множителей Лагранжа. Задача выпуклого программирования, элементы теории двойственности. Условия Куна – Таккера. Вектор Куна – Таккера. Условие Слейтера. Окаймленный гессиан. Теорема Куна – Таккера о седловой точке функции Лагранжа. Схемы численных методов оптимизации: скорейший спуск, проектирование градиента, метод Ньютона. Поиск глобального экстремума в многоэкстремальных задачах. Метод штрафных функций как метод сведения задачи с ограничениями к последовательности задач безусловной оптимизации.

6.2. Задача линейного программирования (ЛП). Прямая и двойственная задачи ЛП, теоремы двойственности. Графический метод решения простейших задач ЛП. Канонический вид задачи ЛП, крайние (угловые) точки допустимого множества. Симплекс-метод как метод последовательного улучшения плана, основная схема алгоритма. Специальные линейные модели математического программирования.

6.3. Многокритериальная оптимизация. Многокритериальная предпочтительность допустимых точек (решений, стратегий). Эффективность (оптимальность) по Парето, по Слейтеру. Построение Парето-эффективной границы. Неединственность Парето-эффективных стратегий. Процедуры решения многокритериальных задач, или процедуры многокритериального выбора: “свертка” критериев, “идеальная” точка, лексикографическая оптимизация, функция полезности ЛПР, последовательные уступки в величинах разных критериев и др.

6.4. Элементы теории дискретной оптимизации. Общая задача целочисленного программирования, общая задача целочисленного ЛП, задача частично-целочисленного программирования, задача псевдо-булева программирования. Задачи с неделимостями, задачи с логическими условиями, задачи с

дискретными переменными, экстремальные комбинаторные задачи. Основные процедуры алгоритмической схемы “ветвей и границ”.

6.5. Динамические задачи оптимизации. Элементы вариационного исчисления и теории оптимального управления, понятие о принципе максимума Понтрягина. Динамическое программирование и принцип оптимальности Беллмана. Многошаговые процедуры управления. Численные методы расчета оптимальных программ.

6.6. Принятие решений в условиях неопределенности: игровой подход. Гарантированный результат, принцип максимина, понятие гарантирующей стратегии. Седловая точка. Игры в нормальной форме. Определение антагонистической игры, решение игры, оптимальные стратегии игроков. Смешанное расширение антагонистической игры. Матричные игры. Связь с прямой и двойственной задачами ЛП.

6.7. Неантагонистические бескоалиционные игры. Равновесие по Нэшу, оптимум по Парето. Ситуации равновесия в играх многих лиц. Биматричные игры. Понятие о коалиционных играх. Игры в развернутой форме. Дерево игры. Игры с полной и неполной информацией. Равновесие Байеса – Нэша. Информационные множества. Рекурсивное решение. Бесконечно повторяющиеся игры. Иерархические игры с передачей информации. Коллективный выбор, групповые решения, схемы голосования, парадокс Кондорсе, аксиоматика Эрроу.

Возможная тематика математических дисциплин по выбору (элективов) и факультативных дисциплин

- Дополнительные главы математического анализа.
- Дополнительные главы линейной алгебры и матричного анализа.
- Дополнительные главы дискретного анализа и общей алгебры.
- Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.
- Элементы теории функций комплексной переменной.
- Численный анализ.
- Дополнительные главы стохастического анализа.
- Дополнительные главы математической статистики и анализа данных.
- Статистические выводы и связи.
- Анализ вероятностных зависимостей и планирование эксперимента.
- Теория статистических решений.
- Многомерный статистический анализ.
- Случайные процессы и временные ряды.
- Статистическое моделирование и вычислительная статистика.
- Дополнительные главы оптимизации и теории принятия решений.
- Математическое моделирование макроэкономических процессов.
- Математическое моделирование в микроэкономике.
- Теория игр и экономическое поведение.
- Экономическая динамика и синергетическая экономика.
- Стохастический анализ в финансах.

- Математические основы эконометрики. Практическая бизнес-статистика в управлении социально-экономическими и производственными системами.
- Анализ социально-экономических временных рядов.
- Теория очередей и управление запасами в производственном менеджменте и логистике.
- Статистические методы контроля качества продукции и услуг.
- Математические модели и методы в практике управленческой экономики и менеджмента.
- Методы сбора и анализа данных социально-экономической природы в менеджменте, социологии и политологии.
- Анализ данных психологического и образовательного тестирования.
- Управление инвестиционными, проектными и финансовыми рисками.
- Математические модели и методы экспертного оценивания и принятия коллективных решений.
- Имитационное моделирование социально-экономических процессов.
- Системная аналитика принятия решений.

Приложение: элементы применения математики в социально-экономических исследованиях и в современной деловой практике — возможная прикладная тематика рефератов, эссе и курсовых работ студентов по разделам программы.

1. Общекультурное и практическое значение парадигмы непрерывности и дифференциального и интегрального исчисления. Исследование функций, характеризующих экономические явления и процессы (изокванта, изокоста, линия безразличия, функция полезности, функция спроса, функция предложения и др.) методами дифференциального исчисления. Применение дифференциального исчисления при исследовании эластичности спроса и предложения, для определения максимальных чистых выгод, для анализа потребительского поведения, для определения объема выпускаемой продукции и издержек, при расчете максимальной прибыли в условиях монополии и конкуренции. Применение рядов Тейлора при оценке изменения цены облигации. Применение второй производной при оценке выпуклости облигации. Формула непрерывно начисляемых процентов. Поиск экстремума функции нескольких переменных при определении прибыли, при оптимизации распределения ресурсов. Применение интегрального исчисления в модели Лоренца концентрации доходов.

2. Общекультурное и практическое значение матричного анализа. Неотрицательные матрицы в описании межотраслевых производственных процессов. Матрицы “затраты – выпуск”, матричные балансовые модели. Линейная матричная модель международной торговли, или модель взаимных закупок товаров. Положительные матрицы экспертных оценок и вычисление на их основе вектора приоритетов целей социально-экономического развития. Собственный вектор как модель устойчивой согласованности мнений экспертов. Алгебра неотрицательных матриц в анализе социальной информации. Приведение матрицы к диагональному виду в целях формирования наиболее информативных социально-экономических индикаторов (комплексных индексных показателей).

3. Общекультурное и практическое значение парадигмы дискретности и дискретного анализа. Комбинаторные задачи планирования выборочных исследований. Перечислительные задачи о назначениях. Экстремальные комбинаторные задачи о выборе информативных признаков, о лотереях. Задачи логического проектирования процедур выбора решений (формирование сценариев). Задачи о голосовании, о коалициях, о составлении вопросников. Модели группового выбора и планирования социально-экономического поведения. Задача о максимальном потоке и о минимальном разрезе в сети. Максимальный поток в транспортной сети. Задача “на узкие места”. Задача о потоке минимальной стоимости. Задачи о складе, о поставщике, о много-продуктовых потоках. Метод критического пути при управлении проектом (совокупностью работ). Выделение компонент связности графов матриц экспертных оценок в методах выявления “точек зрения”.

4. Общекультурное и практическое значение динамических моделей социальных процессов. Дифференциальное уравнение, описывающее простейшую динамику численности населения. Динамическая паутинообразная модель рынка. Моделирование динамики долга. Общие модели макроэкономической динамики. Динамическая модель инфляции в переходной экономике. Динамическая модель роста выпуска в условиях конкуренции. Неоклассическая динамическая модель роста. Динамическая модель рынка с прогнозируемыми ценами.

5. Общекультурное и практическое значение вероятностной парадигмы и стохастического анализа. Стохастические модели риска и рационального поведения. Вероятностный анализ в модели Лоренца концентрации доходов, вероятностный смысл индекса Джини. Вероятностные модели в исследовании политических предпочтений электората, в задачах подбора персонала. Вероятностные модели ценностной реориентации в обществе. Вероятностный подход к определению справедливой цены консультационной услуги экспертов. Вероятностное моделирование процессов ценообразования на фондовом рынке. Индекс энтропии как показатель неупорядоченности в разделе рынка между продавцами. Применение корреляционного анализа для исследования влияния отдельных факторов и их комбинаций на прогнозные характеристики социально-экономических систем, регрессионный анализ как один из простейших инструментов социально-экономического прогнозирования. Применение модели “игры с природой” в анализе инвестиционных сценариев. Примеры применения вероятностных расчетов в текущем анализе хозяйственной деятельности.

6. Общекультурное и практическое значение парадигмы оптимизации и принятия решений. Экономический смысл задачи ЛП. Классические задачи: управление запасами, транспортная задача, задача о назначениях как примеры оптимизационных моделей. Оптимизационные модели сотрудничества и конфликта в области разоружений, стратегического противостояния, вооруженной борьбы. Игровые модели конкурентной борьбы на рынке и их сравнительный анализ (модели Курно, Бертрана, Штакельберга, Эджворта и др.). Схемы манипулирования голосованием, формированием рыночных предпочтений потребителей, формированием ценностных ориентаций в обществе. Игровые модели в инвестиционном анализе.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная математическая литература

1. Андерсон Джеймс. Дискретная математика и комбинаторика. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
2. Аронович А. Б., Афанасьев М. Ю., Суворов Б. П. Сборник задач по исследованию операций. — М.: МГУ, 1997.
3. Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. Серия “Учебники для вузов”. — СПб.: Лань, 2002.
4. Глухов В. В., Медников М. Д., Коробко С. Б. Математические методы и модели для менеджмента. Серия “Учебники для вузов”. — СПб.: Лань, 2000.
5. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. — М.: Вузовская книга, 2001.
6. Зимина О. В., Кириллов А. И., Сальникова Т. А. Высшая математика. Решение. — М.: Физматлит, 2000.
7. Ильин В. А., Куркина А. В. Высшая математика: Учебник. — М.: ООО “ТК Велби”, 2002.
8. Интрилигатор Майкл. Математические методы оптимизации и экономическая теория. — М.: Айрис-пресс, 2002.
9. Колемаев В. А., Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
10. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1, 2. — Висагинас: “Alfa”, 1998.
11. Лексаченко В. А. Логика. Множества. Вероятность. — М.: Вузовская книга, 2001.
12. Макарова Н. В., Трофимец В. Я. Статистика в Excel: Учебное пособие. — М.: Финансы и статистика, 2002.
13. Матвеев Н. М. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. — СПб.: Специальная литература, 1996.
14. Матвеев Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. — СПб.: Лань, 2002.
15. Ниворожкина Л. И. и др. Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов: Руководство для решения задач. — Ростов-на-Дону: Феникс, 1999.
16. Никитина Н. Ш. Математическая статистика для экономистов: Учебное пособие. — М.: ИНФРА-М, Новосибирск: НГТУ, 2001.
17. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В. И. Ермакова. — М.: ИНФРА-М, 2001.
18. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций: Учебное пособие. — М.: Гелиос АРВ, 2003.
19. Сборник задач по высшей математике для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В. И. Ермакова. — М.: ИНФРА-М, 2002.
20. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. — М.: ИД “Вильямс”, 2001.

21. Теория статистики с основами теории вероятностей: Учебное пособие для вузов / Под ред. И. И. Елисеевой. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.
22. Тюрин Ю. Н., Макаров А. А. Анализ данных на компьютере. — М.: ИНФРА-М, 2003.
23. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа. Т. 1, 2. — СПб.: Лань, 2001.
24. Фролькис В. А. Введение в теорию и методы оптимизации для экономистов. — СПб.: Питер, 2002.
25. Шевцов Г. С. Линейная алгебра: Учебное пособие. — М.: Гардарика, 1999.
26. Шипачев В. С. Курс высшей математики: Учебник. — М.: ТК Велби, ПРОСПЕКТ, 2004.
27. Шипачев В. С. Задачник по высшей математике: Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 2001.
28. Anthony Martin, Biggs Norman. Mathematics for Economics and Finance. Methods and Modelling. 2nd edition. — UK: Cambridge University Press, 1998.
29. Chiang Alpha C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. — USA, N.Y.: McGraw-Hill, 1984.
30. Fuente de la Angel. Mathematical Methods and Models for Economists. — UK: Cambridge University Press, 2000.
31. Greene William H. Econometric Analysis, 5th edition. — USA: Prentice-Hall, N. Y. University, 2003.
32. Sundaram Rangarajan K. A First Course in Optimization Theory, 2nd edition. — UK: Cambridge University Press, 1999.

**Дополнительная литература “социально-математического”
содержания**

1. Амблер Тим. Маркетинг и финансовый результат: Новые метрики богатства корпорации. — М.: Финансы и статистика, 2003.
2. Андрейчиков А. В., Андрейчикова О. Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. — М.: Финансы и статистика, 2000.
3. Арнольд В. И. “Жесткие” и “мягкие” математические модели. — М.: МЦНМО, 2000.
4. Байе Майкл Р. Управленческая экономика и стратегия бизнеса: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
5. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем: Учебное пособие. — М.: Финансы и статистика, 2002.
6. Боди Зви, Мертон Роберт К. Финансы. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
7. Боди Зви, Кейн Алекс, Маркус Алан Дж. Принципы инвестиций. — М.: ИД “Вильямс”, 2002.
8. Винс Ральф. Математика управления капиталом. — М.: ИД “Альпина”, 2000.
9. Галиц Лоуренс. Финансовая инженерия: инструменты и способы управления финансовым риском. — М.: “ТВП”, 1998.

10. Губко М. В., Новиков Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. Учебное пособие. — М.: СИНТЕГ, 2002.
11. Доугерти Кристофер. Введение в эконометрику. — М.: ИНФРА-М, 1999.
12. Дубров А. М., Лагоша Б. А., Хрусталева Е. Ю., Барановская Т. П. Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. — М.: Финансы и статистика, 2001.
13. Дэвис Джозел Дж. Исследования в рекламной деятельности: теория и практика. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
14. Зайцев М. Г. Методы оптимизации управления для менеджеров: Компьютерно-ориентированный подход: Учебное пособие. — М.: Дело, 2002.
15. Занг Вэй-Бин. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. — М.: Мир, 1999.
16. Капитоненко В. В. Финансовая математика и её приложения. — М.: ПРИОР, 1998.
17. Касимов Ю. Ф. Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг. — М.: ИИД “Филинг”, 1998.
18. Колемаев В. А. Математическая экономика: Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.
19. Крушвиц Лутц, Шефер Доротея, Шваке Майк. Финансирование и инвестиции. Сборник задач и решений. — СПб.: Питер, 2001.
20. Кузютин Д. В. Математические методы стратегического анализа многосторонних отношений: Голосование. Многосторонние соглашения: Учебное пособие. — СПб.: СПбГУ, 2000.
21. Курбатов В. И., Угольников Г. А. Математические методы социальных технологий: Учебное пособие. — М.: Вузовская книга, 1998.
22. Лебедев В. В., Лебедев К. В. Математическое и компьютерное моделирование экономики. — М.: НВТ-Дизайн, 2002.
23. Малхотра Нэреш К. Маркетинговые исследования. Практическое руководство. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
24. Мангейм Джарол Б., Рич Ричард К. Политология. Методы исследования. — М.: Весь Мир, 1999.
25. Математические методы принятия решений в экономике: Учебник / Под ред. В. А. Колемаева. — М.: ЗАО “Финстатинформ”, 1999.
26. Минюк С. А., Ровба Е. А., Кузьмич К. К. Математические методы и модели в экономике: Учебное пособие. — Минск: ТетраСистемс, 2002.
27. Нуреев Р. М. Курс микроэкономики. Учебник для вузов. — М.: НОРМА-ИНФРА-М, 1998.
28. Петерс Эдгар. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М.: Мир, 2000.
29. Плаус Скотт. Психология оценки и принятия решений. — М.: ИИД “Филинг”, 1998.
30. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. — М.: Физматлит, 2002.
31. Светлов В. А. Аналитика конфликта / Учебное пособие. — СПб.: ООО “Росток”, 2001.
32. Сигел Эндрю Ф. Практическая бизнес-статистика. — М.: ИД “Вильямс”, 2002.

33. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии. — СПб.: Речь, 2000.
34. Сно К. К. Управленческая экономика. — М.: ИНФРА-М, 2000.
35. Смирнов А. Д. Лекции по макроэкономическому моделированию: Учебное пособие для вузов. — М.: ГУ-ВШЭ, 2000.
36. Сошникова Л. А., Тамашевич В. Н., Уебе Г., Шефер М. Многомерный статистический анализ в экономике: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999.
37. Толстова Ю. Н. Анализ социологических данных. Методология, дескриптивная статистика, изучение связей между номинальными признаками. — М.: Научный мир, 2000.
38. Томас Ричард. Количественный анализ хозяйственных операций и управленческих решений. — М.: Дело и сервис, 2003.
39. Уотшем Терри Дж., Паррамоу Кейт. Количественные методы в финансах: Учебное пособие для вузов. — М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999.
40. Фабозци Фрэнк Дж. Управление инвестициями. — М.: ИНФРА-М, 2000.
41. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. — М.: Финансы и статистика, 2001.
42. Франк Роберт Х. Микроэкономика и поведение. — М.: ИНФРА-М, 2000.
43. Ханк Джон Э., Уичерн Дин У., Райтс Артур Дж. Бизнес-прогнозирование. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
44. Хеллевик Оттар. Социологический метод. — М.: Весь Мир, 2002.
45. Чейз Ричард Б., Эквилайн Николас Дж., Якобс Роберт Ф. Производственный и операционный менеджмент. — М.: ИД “Вильямс”, 2003.
46. Четыркин Е. М. Финансовая математика: Учебник. — М.: Дело, 2002.
47. Черчилль Гилберт А. Маркетинговые исследования. — СПб.: Питер, 2002.
48. Шарп Уильям Ф., Александер Гордон Дж., Бэйли Джеффри В. Инвестиции. — М.: ИНФРА-М, 2003.
49. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. — М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.
50. Cook Wade D., Kress Moshe. Ordinal Information and Preference Structures: Decision Models and Applications. — USA: Prentice-Hall – Englewood Cliffs, 1992.
51. Hossack I.B., et al. Introductory Statistics with Applications to General Insurance. — UK: Cambridge University Press, 2000.
52. Kreps David M. Game Theory and Economic Modelling. 2nd edition. — UK: Clarendon Press – Oxford University Press, 1995.
53. Lapeyre Bernard, et al. Understanding Numerical Analysis for Option Pricing. — UK: Cambridge University Press, 2000.
54. Stanley H. Eugene, et al. Introduction to Econophysics. — UK: Cambridge University Press, 2000.
55. Willmott Paul. Paul Willmott Introduces Quantitative Finance. — UK: John Wiley & Sons, Ltd., 2001.

Примечание: Для устранения возможных библиографических трудностей с подбором литературы в список литературы включены только книги, изданные в течение нескольких последних лет.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Материал подготовлен в рамках работы автора по проблематике Научно-методического совета по математике Министерства образования и науки Российской Федерации. В ходе работы над материалом автор неоднократно обращался за советами к коллегам. Глубоко уважаемые мною член-корреспондент РАН, д.ф.-м.н., профессор Л. Д. Кудрявцев, д.э.н., профессор Л. С. Гребнев, д. э. н., профессор Р. М. Нуреев, д. э. н., профессор Ю. Н. Черемных, д.ф.-м.н., профессор И. К. Лифанов, д.ф.-м.н., профессор А. Г. Ягола, член-корреспондент РАО, д.ф.-м.н., профессор Г. Н. Яковлев всегда с готовностью уделяли необходимое внимание моим обращениям. За все недостатки материала отвечает, естественно, только автор.

Подчеркну, в заключение, что главной целью автора является привлечение внимания профессионального образовательного сообщества к обсуждаемой проблеме и стимулирование конструктивной дискуссии по облику и содержанию нового поколения образовательных стандартов, имеющих объективную возможность стать реальной конструктивной основой для подготовки специалистов-аналитиков во многих “нетрадиционных”, до недавнего времени, для математики областях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Государственные образовательные стандарты Высшего профессионального образования. — <http://www.informika.ru>
2. Информационные ресурсы НМС по математике Министерства образования и науки РФ. — <http://www.foroff.phys.msu.su/math>
3. Образование, которое мы можем потерять. Сборник. / Под ред. В. А. Садовниченко. — М.: МГУ, 2002. 288 с.

ON THE MATHEMATICAL EDUCATION OF NATURAL SCIENCES AND ECONOMICS SPECIALISTS (SOME PROPOSALS TO THE STATE EDUCATIONAL STANDARDS OF HIGHER EDUCATION)

A. I. Samylovskii

The essence of the natural sciences curriculum for Social and Economic Sciences specialists is considered as the basis for mathematical professional education of the students. The author suggests the contents of the curriculum that enables the tutors to determine the essence and the volume of the studied material, set goals for different periods.

Keywords: mathematics at university, natural sciences and economics, state educational standard.